1503/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XX (XXIV)

Fasc. 1–2

SECŢIA III ELECTROTEHNICĂ
ELECTRONICĂ
AUTOMATIZĂRI

1974

BIBLIOTECA CENTRALĂ A UNIVERSITĂȚII TEHNICE GHEORGHE ASACHI DIN IAȘI

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XX (XXIV)

Fasc. 1–2

SECŢIA III ELECTROTEHNICĂ
ELECTRONICĂ
AUTOMATIZĂRI

1974

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. em. dr. doc. GH. ALEXA, prof. em. ing. D. ATANASIU, prof. ing. C. CALISTRU,
prof. ing. T. GOLGOȚIU, prof. dr. doc. D. MANGERON (secretar),
conf. ing. A. MARCHIȘ, prof. dr. doc. D. RUSU,
acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU (președinte)

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

III. ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ.
AUTOMATIZĂRI

Prof. dr. doc. N. V. BOȚAN
Prof. dr. ing. D. BĂRBULESCU
Prof. dr. ing. LEOPOLD SEBASTIAN

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Conf. dr. ing. HUGO ROSMAN (secretar)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XX (XXIV), Fasc. 1–2 1974

Secţia III

ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

SUMAR

Pag.

GH. SAVIN, NORBERT ZITRON şi M. ANTONESCU, Asupra analizei în regim forţat a circuitelor descrise prin ecuaţii de tip Duffing, prin reducerea ordinului ecuaţiei diferenţiale (germ., rez. rom.) 7

HUGO ROSMAN, Asupra rezonanţei în circuite cuplate (II) (rom., rez. franc.) 15

SAVEL MITREA, Oscilaţii armonice şi subarmonice în circuite ferorezonante serie, alimentate cu tensiune sinusoidală, studiate prin metoda liniarizării pe porţiuni (engl., rez. rom.) 27

NORBERT ZITRON şi DANA BALAN, Unele aspecte privind comanda bobinelor neliniare (germ., rez. rom.) 37

PARASCHIVA HABA, N. ALEXANDRU şi VIOREL COSMA, Influenţa frecvenţei asupra funcţionării sondelor magnetice cu miezuri inelare în circuite saturate, în contratimp (engl., rez. rom.) 45

NINA POEATĂ, NONEL THIRER şi RAIMOND GRIMBERG, Extinderea posibilităţilor de utilizare a subprogramelor PORAN şi PORAB din MATHLIB (rom., rez. franc.) 51

AL. VALACHI şi LAURENŢIU TURIC, Metodă de sinteză a sistemelor secvenţiale utilizînd bistabile de tipul $J—K$ (franc., rez. rom.) 57

D. BĂRBULESCU şi ADRIAN CREŢU, Asupra detectării rezonanţei de tensiuni într-un circuit de măsurare utilizînd un indicator sensibil la fază (rom., rez. franc.) 61

M. CREŢU, Circuit rezistiv cu indicator diferenţial termoelectric pentru măsurarea componentelor polare ale impedanţelor (rom., rez. franc.) 67

VALERIU MUNTEANU şi N. ALEXANDRU, Funcţii de transfer ataşate sistemelor automate liniare cu parametrii variabili în timp (I) (engl., rez. rom.) 71

MIRCEA OPRIŞOR, Posibilităţi de frînare dinamică a motorului Boucherot cu stator mobil (rom., rez. franc.) 81

SILVIU HARGHEL, AL. SIMION şi M. GROVU, Unele aspecte privind condiţiile de pornire ale motoarelor cu repulsie comutate electronic (germ., rez. rom.) 91

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XX (XXIV), Fasc. 1–2 1974

Section III

ELECTROTECHNICS. ELECTRONICS. AUTOMATION

CONTENTS

Pp.

GH. SAVIN, NORBERT ZITRON und M. ANTONESCU, Über die Analyse der im gezwungenen Vorgang arbeitenden Netzwerken die von Duffingschen Gleichungen beschrieben sind, durch Herabsetzung der differentiellen Gleichungsordnung (German, Romanian summary) 7

HUGO ROSMAN, Sur la résonance dans les circuits couplés (II) (Romanian, French summary) 15

SAVEL MITREA, Basic Harmonic and Subharmonic Symmetrical Oscillations in Series Ferroresonant Circuits Studied by a Piece-Wise Linear Method (English, Romanian summary) 27

NORBERT ZITRON und DANA BALAN, Einige Gesichtspunkte über die Steuerung der nichtlinearen Spulen (German, Romanian summary) . . 37

PARASCHIVA HABA, N. ALEXANDRU and VIOREL COSMA, The Influence of the Frequency on the Operation of the Self-Saturating Ring-Core Flux-Gate Push-Pull Circuits (English, Romanian summary) 45

NINA POEATĂ, NONEL THIRER et RAIMOND GRIMBERG, Sur l'augmentation des possibilités d'utiliser les sous-programmes PORAN et PORAB de MATHLIB (Romanian, French summary) 51

L. VALACHI et LAURENȚIU TURIC, Méthode de synthèse des systèmes séquentiels en utilisant bascules $J—K$ (French, Romanian summary) . . 57

D. BÂRBULESCU et ADRIAN CREȚU, Sur la détection de la résonance de tensions dans un circuit de mesure, en utilisant un indicateur sensible à la phase (Romanian, French summary) 61

M. CREȚU, Circuit résistif à indicateur différentiel thermoélectrique pour la mesure des impédances (Romanian, French summary) 67

VALERIU MUNTEANU and N. ALEXANDRU, Transfer Functions Attached to Linear Automatic Systems with Time-Varying Parameters (I) (English, Romanian summary) 71

MIRCEA OPRIȘOR, Possibilités de freinage dynamique du moteur Boucherot bistator avec un stator mobile (Romanian, French summary) 81

SILVIU HARGHEL, AL. SIMION und M. GROVU, Einige Betrachtungen über die Anlaßbedingungen der Repulsionsmotor mit Kommutatorkreis (German, Romanian summary) 91

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XX (XXIV), Вып. 1–2 1974

Секция III

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА. ЭЛЕКТРОНИКА. АВТОМАТИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Г. САВИН, НОРБЕРТ ЦИТРОН и М. АНТОНЕСКУ, К анализу вынужденного режима цепей описанное нелинейными уравнениями второго порядка типа Дуффинга уменьшением порядка дифференциального уравнения (нем., рез. рум.) 7

ГУГО РОСМАН, О резонансе в связанных цепях (II) (рум., рез. франц.) 15

САВЕЛ МИТРЯ, Гармонические и субгармонические колебания в последовательных феррорезонансных цепях исследованны кусочно-линейным методом (англ., рез. рум.) 27

НОРБЕРТ ЦИТРОН и ДАНА БАЛАН, Некоторые вопросы управления нелинейных катушек (нем., рез. рум.) 37

ПАРАСКИВА ХАБА, Н. АЛЕКСАНДРУ и ВИОРЕЛ КОСМА, Влияние частоты на работе магнитных зонд с кольцевыми сердечниками в автонасыщенных навстечных цепях (англ., рез. рум.) 45

НИНА ПОЯТЭ, НОНЕЛ ТИРЕР и РАЙМОНД ГРИМБЕРГ, Повышение возможных использования процедурых PORAN и PORAB из MATHLIB (рум., рез. франц.) 51

АЛ. ВАЛАКИ и ЛАУРЕНЦИЮ ТУРИК, Метод синтеза секвенциальных систем с триггеры типа *J—K* (франц., рез. рум.) 57

Д. БЭРБУЛЕСКУ и АДРИЯН КРЕЦУ, Об обнаружении резонанса напряжений в измерительную цепь с применением фазочувствителного прибора (рум., рез. франц.) 61

М. КРЕЦУ, Сопротивленное цепь с дифференциальном термоэлектрическим указателем измерения полными сопротивленями (рум., рез. франц.) 67

ВАЛЕРИЮ МУНТЯАНУ и Н. АЛЕКСАНДРУ, Передаточные функции линейных автоматических систем с переменными параметрами (I) (англ., рез. рум.) 71

МИРЧА ОПРИШОР, Возможности динамического торможения двигателя Бушеро с поворотным статором (рум., рез. франц.) 81

СИЛВИЮ ХАРГЕЛ, АЛ. СИМЙОН и М. ГРОВУ, Некоторые точки зрения касающие условия пуска репулсйонных двигателей электронной коммутацией (нем., рез. рум.) 91

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 1–2, 1974
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

D. K. 621.3.011.1 ; 621.372.061.3

ÜBER DIE ANALYSE DER IM GEZWUNGENEN VORGANG ARBEITENDEN NETZWERKEN DIE VON DUFFINGSCHEN GLEICHUNGEN BESCHRIEBEN SIND, DURCH HERABSETZUNG DER DIFFERENTIELLEN GLEICHUNGSORDNUNG

VON

GH. SAVIN, NORBERT ZITRON und M. ANTONESCU

1. Allgemeines

Im gezwungenen Vorgang der linearen Netzwerken kann die Gruppe Spule—Kondensator durch ein eintziges reaktives Netzwerkelement ersetzt werden. Diese Ersetzung kann man in beiden Fällen der reaktiven Netzwerkelementen, Reihe- oder Parallelschaltung, durchführen.

1.1. Reiheschaltung von L und C

Für den Netzwerk aus Abb. 1 kann, im harmonischen Vorgang, die folgende Gleichung:

$$u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}\int i\mathrm{d}t = L_e\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}, \tag{1}$$

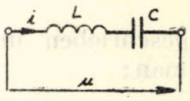


Abb. 1

wobei:

$$i = \sqrt{2}\,I\sin\omega t \quad \text{und} \quad u = \sqrt{2}\,U\sin(\omega t \pm \pi/2),$$

geschrieben werden.

Setzt man den Ausdruck von i in (1) ein, dann folgt:

$$u = L\left(1 - \frac{1}{LC\omega^2}\right)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}, \tag{2}$$

wobei:

$$L_e = L\left(1 - \frac{1}{LC\omega^2}\right).$$

Wird die Gleichung (1) unter der Form:

$$u = L\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2} + \frac{q}{C} = \frac{q}{C_e} \tag{3}$$

geschrieben und $q = \sqrt{2}\, Q \sin \omega t$ eingesetzt, dann ergibt sich:

$$q = \frac{1}{1 - LC\omega^2}\, u, \tag{4}$$

wobei:

$$C_e = \frac{C}{1 - LC\omega^2}.$$

1.2. Parallelschaltung von L und C

Der Kirchhoffsche Stromsatz ergibt für das Netzwerk aus Abb 2:

$$i = C\frac{du}{dt} + \frac{1}{L}\int u\,dt = C_e \frac{du}{dt}. \tag{5}$$

Setzt man in (5) $u = \sqrt{2}\, U \sin \omega t$ ein, dann folgt:

$$i = C\left(1 - \frac{1}{LC\omega^2}\right)\frac{du}{dt}, \tag{6}$$

wobei:

$$C_e = C\left(1 - \frac{1}{LC\omega^2}\right).$$

Wird die Gleichung (5) in der Form:

$$i = C\frac{d^2\psi}{dt^2} + \frac{\psi}{L} = \frac{\psi}{L_e}$$

geschrieben und $\psi = \psi_m \sin \omega t$ eingesetzt, so erhält man:

$$L_e = \frac{L}{1 - LC\omega^2}.$$

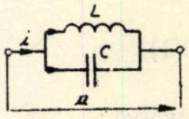


Abb. 2

Der freie Vorgang kann nicht auf dieser Weise untersucht werden weil die Lösungsform der homogenen differentiellen Gleichung von derer Ordnung abhängig ist.

2. Nichtlineare reaktive Ersatzschaltungen

Weiter werden nur zwei Fälle der Ersetzung von Schaltungen, obwohl es auch andere möglich sind, betrachtet.

2.1. Reihenetzwerk mit nichtlinearem Kondensator

Schreibt man die Arbeitsgleichung des in Abb. 3 dargestellten Netzwerkes:

(7) $$u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + u_C$$

so, nach den Einsetzungen:

(8) $$L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = L\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2}, \quad u_C = a_1q + a_3q^3, \quad q = Q_m \sin \omega t,$$

ergibt sich:

(9) $$u = (a_1 - L\omega^2)q + a_3q^3.$$

Durch den Ausdruck (9) wird die nichtlineare Kennlinie des äquivalenten Kondensators angenähert. Diese Kennlinie ist in Abb. 4 gezeigt und man kann sie erfahrungsmäßig für die Augenblickswerte $q(u)$ sowie auch für die Effektivwerte $I(U)$ erhalten.

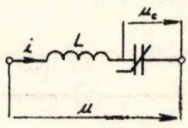


Abb. 3

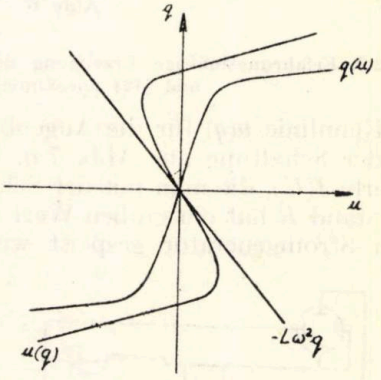


Abb. 4

Man bemerkt, daß bei der Frequenzänderung nur der lineare Term beeinflußt ist. Man kann leicht die Kennliniefamilie mit der Frequenz als Parameter darstellen.

2.2. Parallelnetzwerk mit nichtlinearer Spule

Der erste K i r c h h o f fsche Satz ergibt für das Netzwerk aus Abb. 5:

(10) $$i = i_1 + i_2$$

und durch Einsetzung von:

(11) $$i_1 = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}t^2}, \quad i_2 = b_1\psi + b_3\psi^3, \quad \psi = \psi_m \sin \omega t,$$

erhält man:

(12) $$i = (b_1 - C\omega^2)\psi + b_3\psi^3.$$

Der Ausdruck (12) wird für die Annäherung der äquivalenten nichtlinearen Spule verwendet.

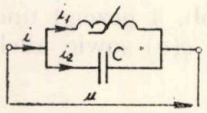


Abb. 5

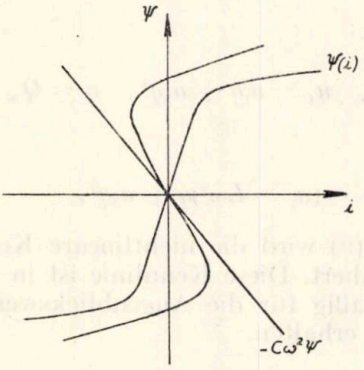
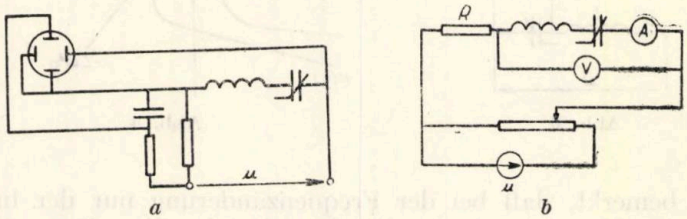


Abb. 6

Abb. 6 zeigt graphisch die Erhaltung der Kennlinie, die man erfahrungsmäßig für die Augenblickswerte oder für die Effektivwerte darstellen kann. Auch in diesem Fall weil bei der Frequenzänderung nur der lineare Term beeinflußt wird, kann die Kennliniefamilie mit der Frequenz als Parameter repräsentiert werden.

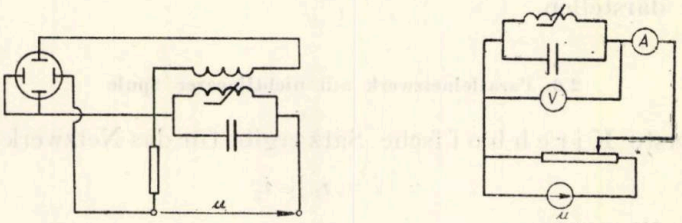
2.3. Erfahrungsmäßige Erzeugung der durch den Gleichungen (9) und (12) aproximierten Kennlinien

Die Kennlinie $u(q)$ für die Augenblickswerte erhält man beim Oszilloskop mit der Schaltung aus Abb. 7 *a*. Diese Kennlinie ist mit der für die Effektivwerte $I(U)$, die man mit der Schaltung aus Abb. 7 *b* erhält, ähnlich. Der Widerstand R hat ein großen Wert und so kann man daß die Schaltung von einem Stromgenerator gespeist wird betrachten.



a *b*

Abb. 7



a *b*

Abb. 8

Die Kennlinie $i(\psi)$ für die Augenblickswerte wird beim Oszilloskop mit der Schaltung aus Abb. 8 *a* und die Kennlinie $I(U)$ für die Effektivwerte mit der Schaltung aus Abb. 8 *b* dargestellt. Die Schaltung aus Abb. 8 *b* wird von einem Spannungsgenerator gespeist.

3. Anwendung der Ersatzschaltungen fur die Ordnungherabsetzung der differentiellen D u f f i n gschen Gleichungen

3.1. Reihekreis der von einer D u f f i n gschen Gleichung beschrieben ist

Die Arbeitsweise im gezwungenen Vorgang des in Abb. 9 gezeigten Netzwerkes kann von einer D u f f i n gschengleichung, in welcher das Antwortssignal die Kondensatorsladung oder die Spannung zwischen dessen Armaturen ist [1], beschrieben werden.

Wird die Gruppe lineare Spule —nichtlinearer Kondensator als ein nichtlineares Kondensator mit der Kennlinie (9) betrachtet, so kann einfacher die Arbeitsgleichung des Netzwerkes in der Form:

$$u = Ri + u_C = R\frac{dq}{dt} + (a_1 - L\omega^2)q + a_3q^3, \tag{13}$$

geschrieben werden.

3.2. Parallelnetzwerk der von einer D u f f i n gschengleichung beschrieben ist

Die Arbeitsweise des Netzwerkes aus Abb. 10 kann von einer D u f f i n gschengleichung mit dem magnetischen Fluß als Antwortssignal [1] beschrieben werden.

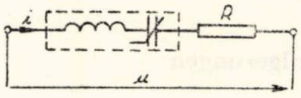


Abb. 9

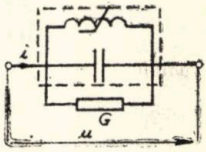


Abb. 10

Wird die Gruppe nichtlineare Spule —linearer Kondensator als eine nichtlineare Spule mit der Kennlinie (12) betrachtet, dann kann die Arbeitsgleichung des Netzwerkes auch in diesem Falle einfacher geschrieben werden:

$$i = Gu + i(\psi) = G\frac{d\psi}{dt} + (b_1 - C\omega^2)\psi + b_3\psi^3. \tag{14}$$

4. Analyse der nichtlinearen Netzwerken im gezwungenen Vorgang mit vereinfachten Schaltungen. Anwendung der Methode der harmonischen Linearisierung

Die Methode der harmonischen Linearisierung ermöglicht auf einer einfacher Weise die algebraische Gleichungen, die für die Erhaltung der Antwortsphase und -amplitude nötig und hinreichend sind, zu bestimmen.

Die Gleichungen (13) und (14) können zur gleicher Form gebracht werden. Um die Vorteile der Methode herauszuheben wendet man die Methode der harmonischen Linearisierung der Gleichung (14) an.

Man betrachtet das Antwortssignal (der Fluß) sowie auch das Erregungssignal (der Strom) als sinusförmige Größen :

$$\psi = \psi_m \sin \omega t, \quad i = I_m \sin (\omega t + \varphi). \tag{15}$$

Setzt man (15) in (14) ein und werden nur die Glieder in $\sin \omega t$ und $\cos \omega t$ zurückgehalten so ergibt sich das Gleichungssystem :

$$I_m \sin \varphi = G\psi_m \omega, \quad I_m \cos \varphi = \left[(b_1 - C\omega^2) + \frac{3}{4} b_3 \psi_m^2\right] \psi_m . \tag{16}$$

Dieser Ausdruck ist mit dem welchen man aus der Analyse der Duffingschengleichung durch der Methode der harmonischen Linearisierung erzeugt, identisch. Wenn die Kreisfrequenz konstant ist, während sich die Erregungsamplitude ändert, so können die Gleichungen (16_1) und (16_2) graphisch in der komplexer Ebene durch quadratischer Funktionsaddierung gelöst werden. Wenn sich die Frequenz ändert wird die Netzwerksantwort für einige Frequenzen, unter welchen auch diese für welchen sprunghaftige Änderungen des Antwortssignals erscheinen können bestimmt. Die sprunghaftige Änderung erhält man für :

$$\frac{d\psi_m}{d\omega} = \infty \quad \text{oder} \quad \frac{d\omega}{d\psi_m} = 0. \tag{17}$$

5. Schlußfolgerungen

Aus der vorigen Analyse kann man folgende Schlußfolgerungen herausheben :

a) Die Untersuchung des gezwungenen Vorgangs durch Herabsetzung der differentiellen Gleichung wird leichter als im klassischen Falle möglich.

b) Die Stabilität kann einfacher analysiert werden.

c) Im Falle der Anwendung einer numerischen Methode für die Antwortserhaltung (es interessiert die Antwort nach einigen Zeitperioden wenn man sie praktisch als gezwungene Antwort betrachten kann) präsentiert die Ordnungsherabsetzung der Gleichung irgendwelches Interesse.

d) In der Untersuchung des gezwungenen Vorgangs in den reaktiven komplexen Netzwerken die wenigstens ein reaktives nichtlineares Element enthalten hat die Methode der Herabsetzung mit eine Einheit der differentiellen Gleichung eine größere Bedeutung weil die Arbeitsweise solcher Netzwerken von differentiellen Gleichungen mit höheren Ordnung beschrieben sind [2].

e) Weil man feststellt, daß die Erscheinung der langsamen Schwingungen in einem Ferroresonanzkreis, der auch ein nichtlineares träges Netz-

werkelement enthält, nicht von den Anfangsbedingungen abhängt, kann dessen Analyse viel einfacher durch Ordnungsherabsetzung der D u f f i n g-schen Gleichung [3] durchgeführt werden.

Eingegangen am 7. März 1974

Lehrstuhl für Grundlagen der Elektrotechnik und elektrische Messungen

LITERATURVERZEICHNIS

1. S a v i n Gh., R o s m a n H., *Circuite neliniare și parametrice.* Ed. Tehn., Buc., 1973.
2. B o e r i F., *Résonance non linéaire, de type Duffing, d'un ensemble de deux circuits couplés.* Coll. internat. du CNRS, 491—498 (1964).
3. H a y a s h i C., *Nonlinear Oscillations in Physical Systems.* Mc Graw Hill, N. Y., 1964.

ASUPRA ANALIZEI ÎN REGIM FORȚAT A CIRCUITELOR DESCRISE PRIN ECUAȚII DE TIP DUFFING, PRIN REDUCEREA ORDINULUI ECUAȚIEI DIFERENȚIALE

(Rezumat)

Experiența arată că pentru circuitele complexe reactive ideale, care conțin cel puțin un element de circuit neliniar, se poate trasa o caracteristică răspuns—excitație multiformă. În aceste condiții circuitul complex poate fi considerat ca având un singur element reactiv neliniar. În scopul analizei circuitului complex în regim forțat se poate utiliza, în consecință, o ecuație diferențială de ordin mai coborît.

În lucrare sînt prezentate avantajele analizei în regim forțat a circuitelor descrise prin ecuații D u f f i n g dacă se coboară, pe calea descrisă, ordinul ecuației diferențiale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 1–2, 1974
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

C. Z. 621.3.014.8; 538.551.25

ASUPRA REZONANȚEI ÎN CIRCUITE CUPLATE (II)

DE

HUGO ROSMAN

1. Introducere

Regimurile în care se realizează rezonanța la poarta primară a două circuite cuplate prezintă un deosebit interes teoretic și practic. În mod obișnuit studiul unor astfel de regimuri se limitează doar la cazul particular al circuitelor cuplate magnetic prin inductanță mutuală (de ex. [1]). O investigație amănunțită a regimurilor de rezonanță în astfel de circuite, de pe poziția „rezonanței cuadripolare" [2], a fost efectuată într-o lucrare precedentă [3]. Principalele concluzii se referă la stabilirea condițiilor necesare și suficiente de realizare a rezonanței la poarta primară precum și la determinarea benzilor de frecvență în care pot avea loc astfel de regimuri.

Rezultatele obținute în lucrarea citată [3] vor fi întregite în cele ce urmează de un studiu similar referitor la circuitele cuplate magnetic prin inductanță proprie, cuplate electric sau galvanic.

2. Rezonanța cuadripolară

În teza de doctorat [2] am arătat că fiind dat un cuadripol diport, liniar, pasiv și reciproc (CDLPR), având ecuațiile:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}, \tag{1}$$

cu

$$\det |\underline{A}_{st}| = 1, \ (s, t = 1, 2), \tag{2}$$

condițiile necesare și suficiente pentru a realiza regimuri de rezonanță la poarta de intrare cu receptori pasivi, sînt:

a) parametrii fundamentali ai CDLPR să satisfacă inegalitatea:

$$|\mathcal{I}m\,(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{22} + \underline{A}_{12}\underline{A}^*_{21})| \leqslant 1; \tag{3}$$

b) impedanța receptorului să descrie diagrama-loc geometric:

$$R_2^2 + X_2^2 + \frac{\mathcal{I}m\,(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{22} - \underline{A}^*_{12}\underline{A}_{21})}{\mathcal{I}m\,(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{21})} R_2 + \frac{\mathcal{R}e\,(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{22} - \underline{A}^*_{12}\underline{A}_{21})}{\mathcal{I}m\,(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{21})} X_2 + \tag{4}$$

$$+ \frac{\mathcal{I}m\,(\underline{A}_{12}\underline{A}^*_{22})}{\mathcal{I}m\,(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{21})} = 0,$$

a tunci cînd cuadripolul este alimentat în sens direct,

a') parametrii fundamentali ai CDLPR să satisfacă inegalitatea:

$$|\mathcal{J}m\,(\underline{A}_{11}^{*}\,\underline{A}_{22}+\underline{A}_{21}\,\underline{A}_{21}^{*})\,|\leqslant 1\,; \tag{3'}$$

b') impedanța receptorului să descrie diagrama-loc geometric:

$$R_1^2+X_1^2+\frac{\mathcal{J}m\,(\underline{A}_{11}^{*}\,\underline{A}_{22}-\underline{A}_{12}^{*}\,\underline{A}_{21})}{\mathcal{J}m\,(\underline{A}_{21}^{*}\,\underline{A}_{22})}\,R_1+\frac{\mathcal{R}e\,(\underline{A}_{11}\underline{A}_{22}^{*}-\underline{A}_{12}^{*}\,\underline{A}_{21})}{\mathcal{J}m\,(\underline{A}_{21}^{*}\,\underline{A}_{22})}\,X_1+ \tag{4'}$$

$$+\frac{\mathcal{J}m\,(\underline{A}_{11}^{*}\,\underline{A}_{12})}{\mathcal{J}m\,(\underline{A}_{21}^{*}\,\underline{A}_{22})}=0,$$

în cazul opus.

3. Ecuațiile unui circuit cuplat

Se consideră circuitul cuplat (CC) reprezentat în fig. 1, unde:

$$\underline{Z}_{ss}=R_{ss}+\mathrm{j}\,X_{ss}\,,\quad X_{ss}=\omega L_{ss}-\frac{1}{\omega C_{ss}}\,,\quad (s=1,\,2), \tag{5}$$

reprezintă impedanțele circuitelor primar și secundar iar

$$\underline{Z}_{12}=R_{12}+\mathrm{j}\,X_{12}\,,\quad X_{12}=\omega L_{12}-\frac{1}{\omega C_{12}}\,, \tag{6}$$

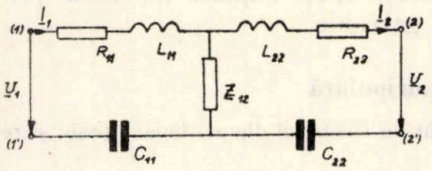


Fig. 1

constituie impedanța de cuplaj.

Prin particularizări adecvate ale expresiei (6) se pot regăsi tipurile cunoscute de cuplaje. Astfel: a) dacă

$$R_{12}=0,\quad \frac{1}{\omega C_{12}}=0 \tag{7}$$

se obține *cuplajul magnetic prin inductanță proprie*; b) dacă

$$R_{12}=0,\quad \omega L_{12}=0 \tag{8}$$

se obține *cuplajul electric*, iar c) dacă

$$\omega L_{12}=0,\quad \frac{1}{\omega C_{12}}=0 \tag{9}$$

se obține *cuplajul galvanic*.

Ecuațiile CC reprezentate în fig. 1 sînt:

$$\begin{bmatrix}\underline{U}_1\\ -\underline{U}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\underline{Z}_{11}+\underline{Z}_{12} & -\underline{Z}_{12}\\ -\underline{Z}_{12} & \underline{Z}_{12}+\underline{Z}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\underline{I}_1\\ \underline{I}_2\end{bmatrix}. \tag{10}$$

Dacă se compară ecuațiile (1) și (5) și se ține seama totodată de relația de reciprocitate (2), rezultă pentru parametrii fundamentali ai CDLPR, echivalent CC considerat, expresiile:

$$\underline{A}_{11}=\frac{\underline{Z}_{11}+\underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_{12}},\qquad \underline{A}_{12}=\frac{(\underline{Z}_{11}+\underline{Z}_{12})(\underline{Z}_{12}+\underline{Z}_{22})-\underline{Z}_{12}^2}{\underline{Z}_{12}},$$

(11)

$$\underline{A}_{21}=\frac{1}{\underline{Z}_{12}},\qquad \underline{A}_{22}=\frac{\underline{Z}_{22}+\underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_{12}}.$$

În Anexă sînt redate o serie de expresii utile în studiul regimurilor de rezonanță la poarta de intrare a unui CC, care vor fi folosite în paragrafele următoare.

4. Condiții necesare și suficiente de realizare a rezonanței la poarta de intrare

În virtutea rezultatelor enunțate în § **2** și ținînd seama de relațiile conținute în Anexă se pot enunța:

Condițiile necesare și suficiente de realizare a rezonanței la poarta de intrare a unui CC, funcționînd în regim permanent sinusoidal și alimentînd un receptor pasiv, anume:

a) *parametrii CC să satisfacă inegalitatea:*

$$2\,|\,R_{22}(X_{11}+X_{12})+R_{12}X_{11}\,|\leqslant R_{12}^2+X_{12}^2; \tag{12}$$

b) *impedanța receptorului să descrie diagrama-loc geometric:*

$$R_2^2+X_2^2+2\frac{R_{22}(X_{11}+X_{12})+R_{12}X_{11}}{X_{11}+X_{12}}R_2+$$

$$+\frac{2(X_{11}+X_{12})(X_{12}+X_{22})+R_{12}^2-X_{12}^2}{X_{11}+X_{12}}X_2+ \tag{13}$$

$$+\frac{(X_{11}+X_{12})(R_{22}^2+X_{22}^2)+(X_{11}+X_{22})(R_{12}^2+X_{12}^2)+2X_{11}(R_{12}R_{22}+X_{12}X_{22})}{X_{11}+X_{12}}=0$$

în cazul cînd CC este alimentat în sens direct;

a') *parametrii CC să satisfacă inegalitatea:*

$$2\,|\,R_{11}(X_{12}+X_{22})+R_{12}X_{22}\,|\leqslant R_{12}^2+X_{12}^2; \tag{12'}$$

b') *impedanța receptorului să descrie diagrama-loc geometric:*

$$R_1^2+X_1^2+2\frac{R_{11}(X_{12}+X_{22})+R_{12}X_{22}}{X_{12}+X_{22}}R_1+$$

$$+\frac{2(X_{11}+X_{12})(X_{12}+X_{22})+R_{12}^2-X_{12}^2}{X_{12}+X_{22}}X_1+ \tag{13'}$$

$$+\frac{(X_{12}+X_{22})(R_{11}^2+X_{11}^2)+(X_{11}+X_{22})(R_{12}^2+X_{12}^2)+2X_{12}(R_{11}R_{12}+X_{11}X_{12})}{X_{12}+X_{22}}=0.$$

Relațiile (13) și (13′) pun în evidență faptul că *parametrii receptorului care asigură realizarea rezonanței la poarta de intrare a unui CC sînt:* a) *independenți de rezistența* R_{11} *a subreței primare — în cazul alimentării sale în sens direct*; b) *independenți de rezistența* R_{22} *a subreței secundare, în cazul contrar.* Se obține astfel o generalizare a unui rezultat analog stabilit într-o lucrare precedentă [3] în cazul particular al circuitelor cuplate magnetic prin inductanță manuală.

4.1. Rezonanța la poarta de intrare a unui circuit cu cuplaj magnetic prin inductanță proprie

În acest caz (fig. 2) fiind valabile relațiile (7), condițiile (12), (13), respectiv (12′), (13′), de realizare a rezonanței la poarta de intrare a circuitului, devin:

$$2R_{22} \mid X_{11} + X_{12} \mid \leqslant X_{12}^2 , \tag{14}$$

$$R_2^2 + X_2^2 + 2R_{22}R_2 + \left(2X_{11} - \frac{X_{12}^2}{X_{11} + X_{12}}\right) X_2 + R_{22}^2 + X_{22}^2 + X_{12}\left[X_{22} + \frac{X_{11}(X_{12} + X_{22})}{X_{11} + X_{12}}\right] = 0 \tag{15}$$

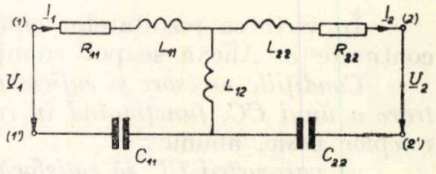


Fig. 2

și

$$2R_{11} \mid X_{12} + X_{22} \mid \leqslant X_{12}^2 , \tag{14′}$$

$$R_1^2 + X_1^2 + 2R_{11}R_1 + \left(2X_{22} - \frac{X_{12}^2}{X_{12} + X_{22}}\right) X_1 + R_{11}^2 + X_{11}^2 + X_{12}\left[X_{11} + \frac{X_{22}(X_{11} + X_{12})}{X_{12} + X_{22}}\right] = 0, \tag{15′}$$

cu $X_{12} = \omega L_{12}$.

4.2. Rezonanța la poarta de intrare a unui circuit cu cuplaj electric

Dacă se particularizează, pentru cazul reprezentat în fig. 3, condițiile (12), (13), respectiv (12′), (13′), ținîndu-se seama în acest scop de relațiile (8), se obțin expresii de forma (14), (15), (14′), (15′), cu $X_{12} = -1/\omega C_{12}$.

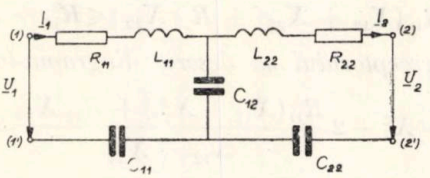


Fig. 3

4.3. Rezonanța la poarta de intrare a unui circuit cu cuplaj galvanic

În situația particulară a unui astfel de circuit (fig. 4), luînd în considerare relațiile (3) (echivalente cu $X_{12} = 0$), condițiile (12), (13), respectiv (12′), (13′), devin:

(16) $$2R_{22}|X_{11}| \leqslant |R_{12}^2|,$$

$$R_2^2+X_2^2+2(R_{12}+R_{22})R_2+$$

(17) $$+\left(2X_{22}+\frac{R_{12}^2}{X_{11}}\right)X_2+(R_{12}+R_{22})^2+X_{22}+$$

$$+\frac{X_{22}}{X_{11}}R_{12}^2=0$$

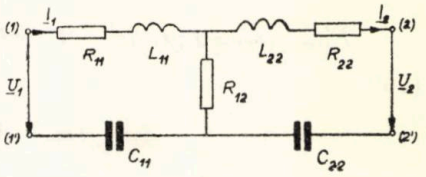


Fig. 4

și

(16′) $$2R_{11}\,|X_{22}| \leqslant R_{12}^2,$$

(17′) $$R_1^2+X_1^2+2(R_{11}+R_{12})R_1+\left(2X_{11}+\frac{R_{12}^2}{X_{22}}\right)X_1+(R_{11}+R_{12})^2+X_{11}+\frac{X_{11}}{X_{22}}R_{12}^2=0.$$

5. Benzile de frecvență de rezonanță

În regimurile care realizează rezonanța la poarta primară fiind necesar ca parametrii CC să satisfacă inegalitatea (12), la alimentarea sa în sens direct, sau inegalitatea (12′) în caz contrar, rezultă că pentru un CC de structură dată aceste inegalități pot fi satisfăcute numai în interiorul unor benzi de frecvență, numite de rezonanță (BFR), ale căror limite prezintă interes să fie cunoscute.

Substituind în inegalitățile menționate reactanțele primară, secundară și de cuplaj cu expresiile ce decurg din (5) și (6), rezultă :

(18) $$2\left|\left[\omega(L_{11}+L_{12})-\frac{1}{\omega}\left(\frac{1}{C_{11}}+\frac{1}{C_{12}}\right)\right]R_{22}+\left(\omega L_{11}-\frac{1}{\omega C_{11}}\right)R_{12}\right| \leqslant$$

$$\leqslant R_{12}^2+\left(\omega L_{12}-\frac{1}{\omega C_{12}}\right)^2,$$

respectiv

(19) $$2\left|\left[\omega(L_{12}+L_{22})-\frac{1}{\omega}\left(\frac{1}{C_{12}}+\frac{1}{C_{22}}\right)\right]R_{11}+\left(\omega L_{22}-\frac{1}{\omega C_{22}}\right)R_{12}\right| \leqslant$$

$$\leqslant R_{12}^2+\left(\omega L_{12}-\frac{1}{\omega C_{12}}\right)^2.$$

Dacă se efectuează calculele, prin ordonare în raport cu ω inegalitățile (18) devin :

(20) $$F_{1(CC)}(\omega)=L_{12}^2C_{11}\omega^4+2C_{11}[(L_{11}+L_{12})R_{22}+L_{11}R_{12}]\omega^3+C_{11}\left(R_{12}^2-2\frac{L_{12}}{C_{12}}\right)\omega^2-$$

$$-2\left(R_{12}+R_{22}+\frac{C_{11}}{C_{12}}R_{22}\right)\omega+\frac{C_{11}}{C_{12}}\geqslant 0,$$

$$F'_{1(CC)}(\omega) = L_{12}^2 C_{11}\omega^4 - 2C_{11}[(L_{11}+L_{12})R_{22}+L_{11}R_{12}]\omega^3 + C_{11}\left(R_{12}^2 - 2\frac{L_{12}}{C_{12}}\right)\omega^2 + \tag{20'}$$
$$+ 2\left(R_{12} + R_{22} + \frac{C_{11}}{C_{12}}R_{22}\right)\omega + \frac{C_{11}}{C_{12}} \geqslant 0,$$

în timp ce inegalitățile (19) conduc la :

$$F_{2(CC)}(\omega) = L_{12}^2 C_{22}\omega^4 + 2C_{22}[(L_{11}+L_{22})R_{11}+L_{22}R_{12}]\omega^3 + C_{22}\left(R_{12}^2 - 2\frac{L_{12}}{C_{12}}\right)\omega^2 - \tag{21}$$
$$- 2\left(R_{11} + R_{12} + \frac{C_{22}}{C_{12}}R_{11}\right)\omega + \frac{C_{22}}{C_{12}} \geqslant 0,$$

$$F'_{2(CC)}(\omega) = L_{12}^2 C_{22}\omega^4 - 2C_{22}[(L_{12}+L_{22})R_{11}+L_{22}R_{12}]\omega^3 + C_{22}\left(R_{12}^2 - 2\frac{L_{12}}{C_{12}}\right)\omega^2 + \tag{21'}$$
$$+ 2\left(R_{11} + R_{12} + \frac{C_{22}}{C_{12}}R_{11}\right)\omega + \frac{C_{12}}{C_{12}} \geqslant 0.$$

Ca de obicei, în astfel de cazuri, se neglijează efectul refulării curentului precum și cel de proximitate și nu se iau în considerare capacitățile parazite.

Determinarea BFR, adică stabilirea condițiilor în care sînt satisfăcute simultan fie perechea de inegalități (20), (20′), fie perechea de inegalități (21), (21′), se face relativ simplu cu ajutorul unui procedeu grafo-analitic. În acest scop, se reprezintă grafic funcțiile $F_{1(CC)}(\omega)$, $F'_{1(CC)}(\omega)$, respectiv $F_{2(CC)}(\omega)$, $F'_{2(CC)}(\omega)$ și se determină benzile de frecvență pentru care simultan $F_{1(CC)}(\omega) \geqslant 0$, $F'_{1(CC)}(\omega) \geqslant 0$ sau $F_{2(CC)}(\omega) \geqslant 0$, $F'_{2(CC)}(\omega) \geqslant 0$. Este de la sine înțeles că interesează comportarea funcțiilor $F_{1(CC)}(\omega)$, $F'_{1(CC)}(\omega)$, $F_{2(CC)}(\omega)$, $F'_{2(CC)}(\omega)$ numai în intervalul $\omega \in [0, \infty)$.

Soluționarea problemei enunțate, în cazul general, cînd cuplajul se realizează atît prin inductanță proprie, cît și prin capacitate și rezistență, întîmpină dificultăți considerabile. De aceea în acest paragraf se vor determina BFR numai pentru circuitele cu cuplaj simple (magnetic — prin inductanță proprie, electric sau galvanic).

5.1. BFR ale unui circuit cu cuplaj magnetic prin inductanță proprie

În cazul particular al unor astfel de circuite (fig. 2), fiind satisfăcute relațiile (7), inegalitățile (20), (20′), (21), (21′) devin :

$$F_{1(CC)_L}(\omega) = L_{12}^2 C_{11}\omega^3 + 2(L_{11}+L_{12})C_{11}R_{22}\omega^2 - 2R_{22} \geqslant 0, \tag{22}$$

$$F'_{1(CC)_L}(\omega) = L_{12}^2 C_{11}\omega^3 - 2(L_{11}+L_{12})C_{11}R_{22}\omega^2 + 2R_{22} \geqslant 0, \tag{22'}$$

respectiv

$$F_{2(CC)_L}(\omega) = L_{12}^2 C_{22}\omega^3 + 2(L_{12}+L_{22})C_{22}R_{11}\omega^2 - 2R_{11} \geqslant 0, \tag{23}$$

$$F'_{2(CC)_L}(\omega) = L_{12}^2 C_{22}\omega^3 - 2(L_{12} + L_{22})C_{22}R_{11}\omega^2 + 2R_{11} \geqslant 0. \tag{23'}$$

Este avantajos ca aceste inegalități să fie scrise sub forma :

$$\bar{F}_{1(CC)_L}(\omega) = \omega^3 + a_L\,\omega^2 - b_L \geqslant 0, \tag{24}$$

$$\bar{F}'_{1(CC)_L}(\omega) = \omega^3 - a_L\,\omega^2 + b_L \geqslant 0, \tag{24'}$$

$$\bar{F}_{2(CC)_L}(\omega) = \omega^3 + a'_L\,\omega^2 - b'_L \geqslant 0, \tag{25}$$

$$\bar{F}'_{2(CC)_L}(\omega) = \omega^3 - a'_L\,\omega^2 + b'_L \geqslant 0, \tag{25'}$$

unde

$$\begin{cases} a_L = \dfrac{2(L_{11}+L_{12})}{L_{12}^2}R_{22} > 0, & b_L = \dfrac{2R_{22}}{L_{12}^2 C_{11}} > 0, \\ a'_L = \dfrac{2(L_{12}+L_{22})}{L_{12}^2}R_{11} > 0, & b'_L = \dfrac{2R_{11}}{L_{12}^2 C_{22}} > 0. \end{cases} \tag{26}$$

Deoarece expresiile inegalităților (24), (24'), (25), (25') sînt întrutotul analoge celor care se obțin în cazul unui circuit cu cuplaj magnetic prin inductanță mutuală [3] și concluziile la care se poate ajunge din studiul lor sînt de asemenea asemănătoare.

5.2. BFR ale unui circuit cu cuplaj electric

În acest caz (fig. 3), ținînd seama de (8), inegalitățile (20), (20'), (21), (21') devin :

$$F_{1(CC)_C}(\omega) = 2C_{11}C_{12}^2L_{11}R_{22}\omega^3 - 2(C_{11} + C_{12})C_{12}R_{22}\omega + C_{11} \geqslant 0, \tag{27}$$

$$F'_{1(CC)_C}(\omega) = -2C_{11}C_{12}^2L_{11}R_{22}\omega^3 + 2(C_{11} + C_{12})C_{12}R_{22}\omega + C_{11} \geqslant 0 \tag{27'}$$

și

$$F_{2(CC)_C}(\omega) = 2C_{12}^2C_{22}L_{22}R_{11}\omega^3 - 2(C_{12} + C_{22})C_{12}R_{11}\omega + C_{22} \geqslant 0, \tag{28}$$

$$F'_{2(CC)_C}(\omega) = -2C_{12}^2C_{22}L_{22}R_{11}\omega^3 + 2(C_{12} + C_{22})C_{12}R_{22}\omega + C_{22} \geqslant 0. \tag{28'}$$

Se introduc notațiile :

$$\begin{cases} a_C = \dfrac{C_{11}+C_{12}}{C_{11}C_{12}L_{11}} > 0, & b_C = \dfrac{1}{2C_{12}^2L_{11}R_{22}} > 0, \\ a'_C = \dfrac{C_{12}+C_{22}}{C_{11}C_{22}L_{22}} > 0, & b'_C = \dfrac{1}{2C_{12}^2L_{22}R_{11}} > 0, \end{cases} \tag{29}$$

încît inegalitățile (27), (27'), (28) și (28') se pot scrie sub formele echivalente :

$$\bar{F}_{1(CC)_C}(\omega) = \omega^3 - a_C\omega + b_C \geqslant 0, \tag{30}$$

$$\bar{F}'_{1(CC)_C}(\omega) = -\omega^3 + a_C\omega + b_C \geqslant 0, \tag{30'}$$

$$\bar{F}_{2(CC)_C}(\omega) = \omega^3 - a'_C\omega + b'_C \geqslant 0, \tag{31}$$

$$\bar{F}'_{2(CC)_C}(\omega) = -\omega^3 + a'_C\omega + b'_C \geqslant 0. \tag{31'}$$

Se dovedește ușor că în domeniul $\omega \in [0, \infty)$ funcția $\bar{F}_{1(CC)_C}(\omega)$ admite un minim iar funcția $\bar{F}'_{1(CC)_C}(\omega)$, un maxim. Într-adevăr, derivatele acestor funcții sînt :

$$\frac{d\bar{F}_{1(CC)_C}(\omega)}{d\omega} = 3\omega^2 - a_C, \qquad \frac{d\bar{F}'_{1(CC)_C}}{d\omega} = -3\omega^2 + a_C, \tag{32}$$

care se anulează pentru o aceeași valoare a pulsației :

$$\omega_{0C} = \sqrt{\frac{a_C}{3}}. \tag{33}$$

De asemenea rezultă totodată că

$$\left.\frac{d^2\bar{F}_{1(CC)_C}(\omega)}{d\omega^2}\right|_{\omega=\omega_{0C}} = 6\sqrt{\frac{a_C}{3}} > 0, \qquad \left.\frac{d^2\bar{F}'_{1(CC)_C}(\omega)}{d\omega^2}\right|_{\omega=\omega_{0C}} = -6\sqrt{\frac{a_C}{3}} < 0, \tag{34}$$

încît pentru pulsația $\omega = \omega_{0C}$ funcția $\bar{F}_{1(CC)}(\omega)$ admite un minim, iar funcția $\bar{F}'_{1(CC)_C}(\omega)$ – un maxim. Aceste valori extreme pot fi determinate cu ajutorul relațiilor :

$$\begin{cases} \bar{F}_{1(CC)_C}(\omega_{0C}) = \bar{F}_{1(CC)_{C\min}} = -\dfrac{2}{3}a_C\sqrt{\dfrac{a_C}{3}} + b_C, \\ \bar{F}'_{1(CC)_C}(\omega_{0C}) = \bar{F}_{1(CC)_{C\max}} = \dfrac{2}{3}a_C\sqrt{\dfrac{a_C}{3}} + b_C. \end{cases} \tag{35}$$

Rezultă de aici că $\bar{F}_{1(CC)_{C\min}} > 0$, dacă

$$b_C = \frac{2}{3}a_C\sqrt{\frac{a_C}{3}} \tag{36}$$

și < 0 în cazul opus.

Pe semiaxa $\omega \geqslant 0$ polinomul $\bar{F}_{1(CC)_C}(\omega)$ are fie două rădăcini reale, ω_{11}, ω_{12}, $(\omega_{11} > \omega_{12})$, atunci cînd $b_C < \frac{2}{3}a_C\sqrt{\frac{a_C}{3}}$, fie nici una în caz contrar, în timp ce polinomul $\bar{F}'_{1(CC)_C}(\omega)$ are o singură rădăcină, ω'_1. De asemenea se observă că punctul de intersecție al funcțiilor $\bar{F}_{1(CC)_C}(\omega)$ și $\bar{F}'_{1(CC)_C}(\omega)$, fie acesta I_C, are coordonatele $(\sqrt{a_C}, b_C)$ fiind, situat totdeauna în primul cadran.

Graficele variației funcțiilor $\bar{F}_{1(CC)_C}(\omega)$, $\bar{F}'_{1(CC)_C}(\omega)$ pe semiaxa $\omega \geqslant 0$ sînt reprezentate în fig. 5, unde M_C reprezintă punctul de maxim al funcției $\bar{F}'_{1(CC)_C}(\omega)$ iar m_C — punctul de minim al funcției $\bar{F}_{1(CC)_C}(\omega)$.

Din analiza acestor grafice și dacă se ține seama de (29_1), rezultă că :

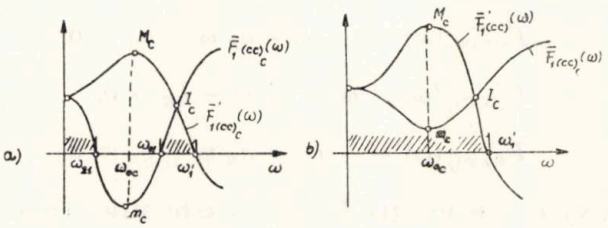
BFR ale unui circuit cu cuplaj electric, alimentat în sens direct, sînt delimitate :

a) *de domeniile*

$$\omega_r \in [0,\ \omega_{21}] \cup [\omega_{11},\ \omega'_1] \tag{37}$$

în cazul în care parametrii circuitului satisfac inegalitatea :

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{C_{11}+C_{12}}{C_{11}} \sqrt{\frac{C_{11}+C_{12}}{3C_{11}C_{12}L_{11}}}\, C_{12} R_{22} < 1 ; \tag{38}$$



$b_C < \frac{2}{3} a_C \sqrt{\frac{a_C}{3}}$ $\qquad$ $b_C > \frac{2}{3} a_C \sqrt{\frac{a_C}{3}}$

Fig. 5

b) *de domeniul :*

$$\omega_r \in [0,\ \omega'_1] \tag{39}$$

atunci cînd parametrii circuitului verifică inegalitatea :

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{C_{11}+C_{12}}{C_{11}} \sqrt{\frac{C_{11}+C_{12}}{3C_{11}C_{12}L_{11}}}\, C_{12} R_{22} > 1. \tag{40}$$

Este interesant de observat că oricare ar fi valorile parametrilor circuitului, nu este posibil de realizat rezonanța la pulsații mai mari decît ω'_1.

La concluzii analoge se ajunge în cazul circuitelor cu cuplaj electric alimentate în sens invers.

5.3. BFR ale unui circuit cu cuplaj galvanic

Pentru cazul unui astfel de circuit (fig. 4), avînd în vedere relațiile (9), inegalitățile (20), (20′), (21), (21′) se particularizează sub forma :

$$F_{1(CC)_R}(\omega) = 2C_{11}L_{11}(R_{12}+R_{22})\omega^2 + C_{11}R_{12}^2\omega - 2(R_{12}+R_{22}) \geqslant 0, \tag{41}$$

$$F'_{1(CC)_R}(\omega) = -2C_{11}L_{11}(R_{12}+R_{22})\omega^2 + C_{11}R_{12}^2\omega + 2(R_{12}+R_{22}) \geqslant 0, \tag{41'}$$

respectiv

$$(42)\quad F_{2(CC)_R}(\omega) = 2C_{22}L_{22}(R_{11}+R_{12})\omega^2 + C_{22}R_{12}^2\omega - 2(R_{11}+R_{12}) \geqslant 0,$$

$$(42')\quad F'_{2(CC)_R}(\omega) = -2C_{22}L_{22}(R_{11}+R_{12})\omega^2 + C_{22}R_{12}^2\omega + 2(R_{11}+R_{12}) \geqslant 0.$$

Dacă se utilizează notațiile:

$$(43)\quad \begin{cases} a_R = \dfrac{R_{12}^2}{2L_{11}(R_{12}+R_{22})} > 0, & b'_R = \dfrac{1}{2C_{11}L_{11}} > 0, \\ a'_R = \dfrac{R_{12}^2}{2L_{22}(R_{11}+R_{12})} > 0, & b'_R = \dfrac{1}{2C_{22}L_{22}} > 0, \end{cases}$$

inegalitățile precedente devin

$$(44)\quad \bar{F}_{1(CC)_R}(\omega) = \omega^2 + a_R\,\omega - b_R \geqslant 0,$$

$$(44')\quad \bar{F}'_{1(CC)_R}(\omega) = -\omega^2 + a_R\,\omega + b_R \geqslant 0,$$

$$(45)\quad \bar{F}_{2(CC)_R}(\omega) = \omega^2 + a'_R\,\omega - b'_R \geqslant 0,$$

$$(45')\quad \bar{F}'_{2(CC)_R}(\omega) = -\omega^2 + a'_R\,\omega + b'_R \geqslant 0.$$

Pe semiaxa $\omega \geqslant 0$ funcția $\bar{F}_{1(CC)_R}(\omega)$ este strict crescătoare deoarece

$$(46)\quad \frac{d\bar{F}_{1(CC)_R}(\omega)}{d\omega} = 2\omega + a_R > 0$$

și admite rădăcina:

$$(47)\quad \omega_1 = \frac{-a_R + \sqrt{a_R^2 + 4b_R}}{2}.$$

Derivata funcției $\bar{F}'_{1(CC)_R}(\omega)$,

$$(48)\quad \frac{d\bar{F}'_{1(CC)_R}(\omega)}{d\omega} = -2\omega + a_R,$$

se anulează la pulsația

$$(49)\quad \omega_{0R} = \frac{a_R}{2} > 0$$

iar

$$(50)\quad \frac{d^2\bar{F}'_{1(CC)_R}(\omega)}{d\omega^2} = -2 < 0$$

încît funcția $\bar{F}'_{1(CC)_R}(\omega)$ admite, la această valoare a pulsației, un maxim, de valoare:

$$\bar{F}'_{1(CC)_R}(\omega_{0R}) = \bar{F}'_{1(CC)_{R\max}} = \frac{a_R^2}{4} + b_R. \tag{51}$$

De asemenea polinomul $\bar{F}'_{1(CC)_R}(\omega)$ are rădăcina reală și pozitivă

$$\omega_1' = \frac{a_R + \sqrt{a_R^2 + 4b_R}}{2} > \omega_1 . \tag{52}$$

În sfîrșit funcțiile $\bar{F}_{1(CC)_R}(\omega)$ și $\bar{F}'_{1(CC)_R}(\omega)$ se intersectează în punctul I_R de coordonate $(\sqrt{b_R}\,,\ a_R\sqrt{b_R})$.

În fig. 6 sînt reprezentate graficele funcțiilor $\bar{F}_{1(CC)_R}(\omega), \bar{F}'_{1(CC)}(\omega)$ pe semiaxa $\omega \geqslant 0$, unde M_R reprezintă punctul de maxim al funcției $\bar{F}'_{1(CC)_R}(\omega)$.

Din analiza graficelor trasate rezultă că

BFR ale unui circuit cu cuplaj galvanic, alimentat în sens direct, sînt delimitate de domeniul :

$$\omega_r \in [\omega_1\,,\ \omega_1']. \tag{53}$$

Rezultate asemănătoare se obțin în cazul circuitelor cu cuplaj galvanic alimentate în sens invers.

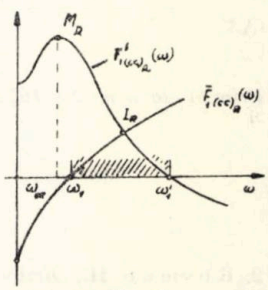


Fig. 6

6. Concluzii

Se stabilesc condițiile necesare și suficiente de realizare a rezonanței, în regim permanent sinusoidal, la poarta de intrare a unui circuit cu : a) cuplaj magnetic prin inductanță proprie, b) cuplaj electric, c) cuplaj galvanic, ajungîndu-se la concluziile următoare :

1. Pentru un circuit cuplat avînd structura invariabilă, rezonanța nu poate fi realizată decît în anumite benzi de frecvență.

2. La o frecvență dată a semnalului aplicat la poarta de intrare și în regimurile care realizează rezonanța la această poartă, impedanța descrie ca diagramă-loc geometric un arc de cerc.

Rezultatele obținute le completează pe cele obținute într-o lucrare precedentă [3], stabilite numai în cazul circuitelor cuplate magnetic prin inductanță mutuală.

Anexă

Dacă se ține seama de relațiile (3), (4), (3'), (4'), (5), (6) și (7), se pot stabili expresiile :

$$\mathcal{J}m\,(\underline{A}_{11}\,\underline{A}_{22}^{*} + \underline{A}_{12}\,\underline{A}_{21}^{*}) = 2\,\frac{R_{22}(X_{11} + X_{12}) + R_{12}X_{11}}{R_{12}^2 + X_{12}^2}, \tag{A.1}$$

$$\mathcal{J}m\,(\underline{A}_{11}^{*}\,\underline{A}_{22} + \underline{A}_{12}\,\underline{A}_{21}^{*}) = 2\,\frac{R_{11}(X_{12} + X_{22}) + R_{12}X_{22}}{R_{12}^2 + X_{12}^2}, \tag{A.2}$$

$$\text{(A.3)} \qquad \Re e(\underline{A}_{11}\,\underline{A}_{22}^{*} - \underline{A}_{12}^{*}\,\underline{A}_{21}) = \frac{2(X_{11}+X_{12})(X_{12}+X_{22}) + R_{12}^2 - X_{12}^2}{R_{12}^2 + X_{12}^2},$$

$$\text{(A.4)} \qquad \Im m(\underline{A}_{11}\,\underline{A}_{21}^{*}) = \frac{X_{11}+X_{12}}{R_{12}^2 + X_{12}^2},$$

$$\text{(A.5)} \qquad \Im m\,(\underline{A}_{12}\underline{A}_{22}^{*}) = \frac{(X_{11}+X_{12})(R_{22}^2+X_{22}^2)+(X_{11}+X_{12})(R_{12}^2+X_{12}^2)+2X_{11}(R_{12}R_{22}+X_{12}X_{22})}{R_{11}^2 + X_{12}^2},$$

$$\text{(A.6)} \qquad \Im m\,(\underline{A}_{11}^{*}\underline{A}_{12}) = \frac{(X_{11}+X_{22})(R_{11}^2+X_{11}^2)+(X_{11}+X_{22})(R_{12}^2+X_{12}^2)+2X_{22}(R_{11}R_{12}+X_{11}X_{12})}{R_{12}^2 + X_{12}^2},$$

$$\text{(A.7)} \qquad \Im m\,(\underline{A}_{21}^{*}\,\underline{A}_{22}) = \frac{X_{12}+X_{22}}{R_{12}^2 + X_{12}^2}.$$

Primită la 5 martie 1974

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de Bazele electrotehnicii
și măsurări electrice

BIBLIOGRAFIE

2. Rosman H., *Rezonanța la porțile de acces ale unei rețele electrice liniare de tip cuadripo. diport, pasiv și reciproc, în regim permanent sinusoidal.* Teză de doctorat, Inst. polit. Iași, 1968.
3. Rosman H., *Asupra rezonanței în circuite cuplate.* Bul. Inst. polit., Iași, **XIII (XVII)**, *3—4*, 403—413 (1967).

SUR LA RÉSONANCE DANS LES CIRCUITS COUPLÉS (II)

(Résumé)

On établit les conditions nécessaires et suffisantes de réalisation de la résonance, en régime permanent sinusoïdal, à la porte d'entrée d'un circuit : a) à couplage magnétique par inductance propre, b) à couplage électrique, c) à couplage galvanique et on aboutit aux conclusions suivantes :

1. Pour un circuit couplé ayant une structure invariable, la résonance ne peut pas être réalisée que dans certaines bandes de fréquence.

2. À une valeur donnée de la fréquence du signal appliqué à la porte d'entrée et dans les régimes qui réalisent la résonance à cette porte l'impédance du récepteur décrit en tant que diagramme-lieu géométrique, un arc de cercle.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 1–2, 1974
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

D. C. 538.533 : 538.561.25

BASIC HARMONIC AND SUBHARMONIC SYMMETRICAL OSCILLATIONS IN SERIES FERRORESONANT CIRCUITS STUDIED BY A PIECE-WISE LINEAR METHOD

BY

SAVEL MITREA

1. Introduction

Usually stationary forced oscillations in nonlinear systems are studied by methods that hold if these systems are almost linear, that is, their response to a sinusoidal input is almost sinusoidal [1], [2]. From among these methods the method of harmonic balance is considered to be of widest utility [3, p. 28]. By this method, the periodic output signal is taken under the form of a Fourier series with unknown coefficients which are determined from a set of algebraic nonlinear equations obtained after the substitution of the Fourier series into the nonlinear differential equation describing the system under investigation. If the output signal is essentially nonsinusoidal this method becomes impractical owing to the great number of terms which are to be taken in the approximating Fourier series if fairly accurate results are pursued.

The author proposes himself to use a pice-wise linear approach to the series ferroresonant circuit when its output signal is essentially nonsinusoidal. By this method, as opposed to the harmonic balance method, one determines first the waveform of the output signal and then one expands it in a Fourier series, if desired.

In this paper it follows to be presented the way this method is applied to the study of the simplest but, at the same time, the basic waveform in the series ferroresonant circuit when driven by a sine-voltage source.

2. Derivation of the Basic Waveform and the Equations

Since an essentially nonsinusoidal signal is to be obtained a necessary, but not sufficient condition is the utilisation of a reactor with a core made of a magnetic material having a rectangular B-H characteristic. Taking into account the residual inductance in the saturated state and neglecting hysteresis, the linkage-flux versus current characteristic can be represented as in Fig. 1. The same characteristic is obtained if a nonenergic nonlinear inductive element, having the ideal rectangular characteristic $N(i)$, as shown in Fig. 1, is series connected with a linear inductance L. Consequently, the ferroresonant circuit may be regarded as consisting of a linear series

RLC circuit which, in periodic state, is periodically connected to and disconnected from a sine-voltage supply by the nonenergic element as by a switch. Obviously, in order to describe the behaviour of this system the linear circuit theory is used. The periodic waveform of the output will be composed of pieces of transient curves taking place in a linear circuit.

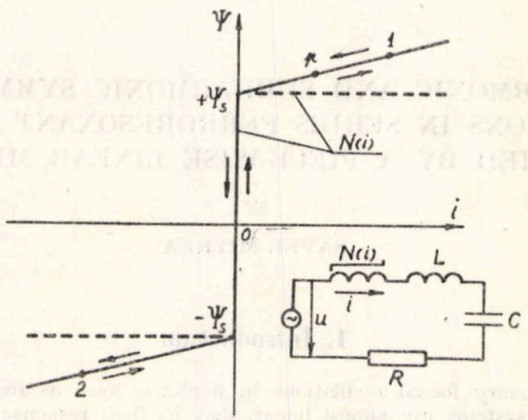


Fig. 1

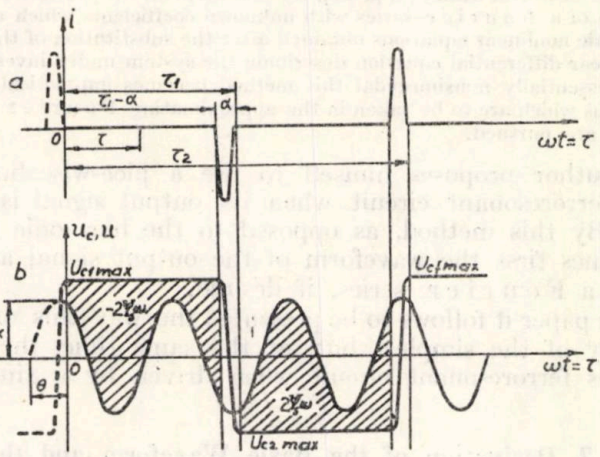
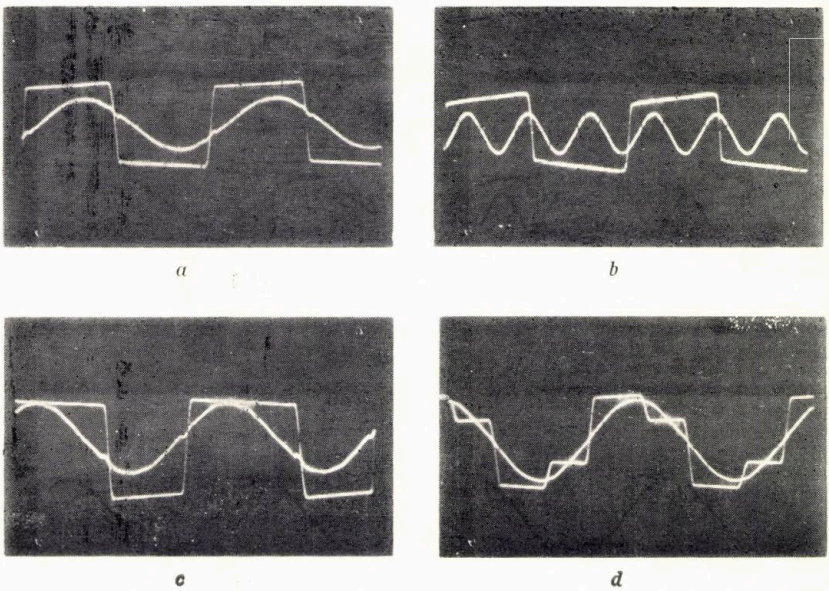


Fig. 2

Let the applied voltage be of the form $u = U_{\max} \sin(\omega t + \theta)$, where: $U_{\max}$ — voltage amplitude, ω — angular frequency, t — time, θ — initial phase. Also, we consider the case where the parameters R, L, C are such that $R < 2\sqrt{L/C}$, i. e. the free state of the series *RLC* circuit is oscillatory, with the angular frequency

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}. \tag{1}$$



a *b*

c *d*

Fig. 3

In order to sketch the basic waveform of the current in periodic state we consider a representative point p that performs periodic excursions along the characteristic from Fig. 1, between the points *1*, *2*. Assuming that p starts from $+\Psi_s$ downwards, the waveform of the current can be represented as in Fig. 2 *a*. The interval $\tau_1 - \alpha$, over which $i \equiv 0$, will be designated as nonconducting interval and the interval α, conducting interval.

If the oscillation is periodic the interval τ_2 stands for the period and if, in addition, even harmonics are absent in the output then $\tau_2 = 2\tau_1$.

The voltage accross the capacitor can also be sketched by taking into account that $i = C\,du_C/dt$. Thus, u_C is constant during the nonconducting interval and, if the process is periodic and even harmonics are absent, varies from $U_{C_{1\max}}$ to $U_{C_{2\max}} = -U_{C_{1\max}}$ during the conducting interval α (Fig. 2*b*). The input sine-voltage is also shown in Fig. 2*b*.

At this point the matter of harmonic and subharmonic oscillations is in order. If, in the case in question, the current is expanded into a F o u r i e r series we have the fundamental term and odd higher harmonics. In order that a periodic oscillation be sustained the energy dissipated in the circuit during each period must be compensated for by an external source. If the energy is introduced on the fundamental term of the current the oscillation is harmonic, containing beside the fundamental term, on which energy is introduced, higher harmonics only. The energy can also be introduced on higher harmonics of the current. In this case the frequency of the source must be equal to the frequency of the harmonic on wich the energy is to be introduced. If the frequency of the source is considered as a basic quantity the lower frequency components of the output are subharmonics with respect to the input. For instance, if the energy is introduced on the 7-th current harmonic we have, when even harmonics are absent, the subharmonics 1/7 ; 3/7 ; 5/7, the fundamental component 7/7 = 1 and the higher harmonics 9/7 ; 11/7 ;... As one can see, the input voltage was represented in Fig. 2 *b* assuming that the output oscillates on the third subharmonic of the input. Also it has been taken into account that θ must be such that the source introduced energy into the circuit during the conducting interval. It can easily be seen that if $\theta \geqslant \pi$ the source would draw energy from the circuit and the oscillation cannot be sustained.

The hatched areas in Fig. 2 *b* are equal to $|2\Psi_s\omega|$ and represent the net variation of the linkage flux Ψ during the nonconducting interval of each half period of the output.

Fig. 3 *a*, *b* show two experimentally obtained waveforms similar to that from Fig. 2 *b*. The first waveform is a harmonic oscillation and the second (Fig. 3 *b*) a third subharmonic oscillation. During the nonconducting interval the voltage accross the capacitor slopes down because, due to the hysteresis the current has a constant, but not zero, value so as the capacitor looses a certain amount of electric charge. If more accurate results are pursued hysteresis should be taken into account. As long as $U_{C\max} > U_{\max}$ it is not difficult to do so but if $U_{C\max} < U_{\max}$ the matter becomes rather involved because the current changes its sign according to whether the instantaneous u_C is greater than the instantaneous u or not, on different portions of the nonconducting interval.

During the nonconducting interval $\tau_1 - \alpha$ the circuit is governed by the differential equation

$$\frac{d\Psi}{dt} + U_{C_{1\max}} = U_{\max} \sin(\omega t + \theta). \tag{2}$$

By putting $\omega t = \tau$ and $\omega \, dt = d\tau$, separating the variables and integrating the left side from $+ \Psi_s$ to Ψ and the right side from zero to τ we get:

$$\Psi - \Psi_s = -\frac{U_{\max}}{\omega}[\cos(\tau + \theta) - \cos\theta] - \frac{U_{C_{1\max}}\tau}{\omega}. \tag{3}$$

We choose Ψ_s as a basic quantity with respect to which eq. (3) is normalized so as we get:

$$\Psi_r = -U[\cos(\tau + \theta) - \cos\theta] - U_{C_1}\tau + 1, \tag{4}$$

where:

$$\Psi_r = \frac{\Psi}{\Psi_s}, \quad U = \frac{U_{\max}}{\Psi_s \omega}, \quad U_{C_1} = \frac{U_{C_{1\max}}}{\Psi_s \omega}.$$

If $\tau = \tau_1 - \alpha$ then Ψ becomes $-\Psi_s$ and $\Psi_r = -1$ so as (4) becomes

$$U[\cos(\tau_1 - \alpha + \theta) - \cos\theta] + U_{C_1}(\tau_1 - \alpha) = 2. \tag{5}$$

In order that the current from Fig. 2 *a* be essentially nonsinusoidal the interval α must be very small as compared to the half period of the oscillation. Also, in order to simplify calculations we shall consider α very small with respect to the half period of input signal. This means that the input-signal varies very little over the interval α so that we shall use in calculations the constant value considered at the middle of α:

$$U_\alpha = U_{\max} \sin(\tau_1 + \theta - \alpha/2). \tag{6}$$

The differential equation describing the circuit over the conducting interval will be

$$LC\frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC\frac{du_C}{dt} + u_C = U_\alpha. \tag{7}$$

Taking into account that the initial condition for u_C is $U_{C_{1\max}}$ the solution of differential eq. (7) can be written as follows:

$$u_C = U_\alpha + \frac{U_{C_{1\max}} - U_\alpha}{\sin\gamma} e^{-bt} \sin(\omega_0 t + \gamma) \tag{8}$$

and

$$i = C\frac{du_c}{dt} = -\frac{U_{C_{1\max}} - U_\alpha}{\sin\gamma}\sqrt{\frac{L}{C}} e^{-bt} \sin\omega_0 t, \tag{9}$$

where $b = R/2L$ and $\gamma = \operatorname{arctg}(\omega_0/b)$.

One can see from (9) and Fig. 2 that at the end of conducting interval the current is zero, therefore $\omega_0 t_\alpha = \pi$ and $u_C = U_{C_{2\max}}$. Also, we can write $\alpha = \pi/n$, where $n = \omega_0/\omega$, and $\delta = 2\pi b/\omega_0$, which stands for the logarithmic decrement of free oscillations described by the homogenous part of eq. (7). In view of this we get for the voltage accross the capacitor at the

end of conducting interval, after normalizing with respect to $\Psi_s\omega$, the expression

$$U_{C_2} = U(1 + e^{-\delta/2}) \sin\left(\tau_1 + \theta - \frac{\pi}{2n}\right) - U_{C_1} e^{-\delta/2}. \tag{10}$$

Since we are concerned with the steady-state occillations which contain only odd harmonics, eqs. (5) and (10) are sufficient provided that $\tau_1 = k\pi$, where $k = 1, 3, 5, 7, \ldots$, stands for the order of the lowest subharmonic component in the output signal, and $U_{C_2} = -U_{C_1}$.

By taking account of the above conditions, after rearranging (5) and (10) we get the following two equations written in a matrix form :

$$\begin{bmatrix} \sin\frac{\pi}{n} & 1 + \cos\frac{\pi}{n} \\ \cos\frac{\pi}{2n} & -\sin\frac{\pi}{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U\sin\theta \\ U\cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{C_1}\left(k\pi - \frac{\pi}{n}\right) - 2 \\ \frac{U_{C_1}(1 - e^{-\delta/2})}{1 + e^{-\delta/2}} \end{bmatrix}, \tag{11}$$

where $U\sin\theta$, $U\cos\theta$ are unknown and U_{C_1}, δ, k, n are known. Once U and θ are determined we know all of the data required for representing, both graphically and analytically, the waveforms of the output signals $u_C(\tau)$, $i(\tau)$, $\Psi(\tau)$, and for effecting their Fourier analysis if necessary. Moreover, we know the initial conditions for which any transient is absent. For instance, if we set $\Psi = +\Psi_s$, $u_C = U_{C1\max}$ then the input voltage u having an appropriate amplitude $U_{\max}$, must be applied to the circuit at the instant given by the initial phase θ in order to avoid any transient.

It should be noted that we get from (11) the same set of values for $U\sin\theta$ and $U\cos\theta$ if we have $\theta + 2\pi\nu$, with ν integer, instead of θ. By setting the value of k for a certain subharmonic and making $\nu = 0, 1, 2, 3, \ldots, k - 1$ we find that the subharmonic of order k has k phases of oscillation.

3. Validity and Stability of the Solution

Eqs. (11) were derived by assuming that the representative point p (Fig. 1) once started from $+\Psi_s$ goes to $-\Psi_s$ whithout returning to $+\Psi_s$ within the interval $\tau_1 - \alpha$. By solving eqs. (11) then substituting for U, U_{C_1}, θ into eq. (4) and calculating Ψ_r for τ varying from zero to $\tau_1 - \alpha$ we find that if U exceeds a certain value, Ψ_r returns to $+1$ and causes a new switch-on of the *RLC* circuit to the source. The waveform of the harmonic oscillation, for instance, so obtained is shown in Fig. 3 *d*. We can also write the equations, four in all, for this waveform, continuing in this way the study of the output on the increasing of the input voltage until a second return of Ψ_r to $+1$ causes a second switch-on. The waveform, having now two steps, cad be described by a set of six equations, and so on. In view of this, in order that the solution described by eqs. (11) be valid we have to check, by using relation (4), that Ψ_r remains within the boundaries $+1$, -1 during the nonconducting interval $\tau_1 - \alpha$.

Even if a periodic solution satisfies the validity condition it may not be physically obtainable because of its instability. We have to see if

a small perturbation, i. e. a small amount of energy injected from outside under the form of an impuls, causes the oscillation to move away from its equilibrium state. This is known in the literature as the test of stability in the small. The way this test is applied to nonlinear control systems, by using the point-transformation theory, is presented in [1, ch. 9]. We shall follow a somehow similar line.

Let us assume that at $\tau = 0$ (Fig. 2 *b*) an infinitesimal amount of energy is injected so that U_{C_1} increases by $\mathrm{d}U_{C_1}$. This will cause the interval τ_1 vary by $\mathrm{d}\tau_1$, voltage U_{C_2} by $\mathrm{d}U_{C_2}$, τ_2 by $\mathrm{d}\tau_2$ and U_{Cf} by $\mathrm{d}U_{Cf}$. All of these small variations take place about the periodic solution in question characterized by $U_{C_2} = -U_{C_1}$, $U_{Cf} = U_{C_1}$, $\tau_2 = 2\tau_1 = 2k\pi$. Also, we should note that u and θ are in no way affected by the injection of energy from outside. Finally we have to compute the derivative $\mathrm{d}U_{Cf}/\mathrm{d}U_{C_1}$; if $|\mathrm{d}U_{Cf}/\mathrm{d}U_{C_1}| < 1$ the periodic solution is stable since $|\mathrm{d}U_{Cf}| < |\mathrm{d}U_{C_1}|$ shows that the perturbed oscillation returns to its previous equilibrium state; $|\mathrm{d}U_{Cf}/\mathrm{d}U_{C_1}| > 1$ indicates instability since the perturbed oscillation moves away from the previous periodic state.

In order to obtain the derivative $\mathrm{d}U_{Cf}/\mathrm{d}U_{C_1}$ we shall write four equations corresponding to the intervals that make up a complete cycle of the waveform (Fig. 2). For the first two intervals we use eqs. (5) and (10). The other two equations for the subsequent intervals are derived in the same manner. In the end we get the following equations:

$$(12)\quad \begin{cases} U[\cos(\tau_1 + \theta - \pi/n) - \cos\theta] + U_{C_1}(\tau_1 - \pi/n) = 2, \\ (1 + \mathrm{e}^{-\delta/2})U\sin(\tau_1 + \theta - \pi/2n) - U_{C_1}\mathrm{e}^{-\delta/2} - U_{C_2} = 0, \\ U[\cos(\tau_2 + \theta - \pi/n) - \cos(\tau_1 + \theta)] + U_{C_2}(\tau_2 - \tau_1 - \pi/n) = -2, \\ (1 + \mathrm{e}^{-\delta/2})\,U\sin(\tau_2 + \theta - \pi/2n) - U_{C_2}\mathrm{e}^{-\delta/2} - U_{Cf} = 0. \end{cases}$$

We differentiate these equations with respect to U_{C_1}, by taking into account that only τ_1, U_{C_2}, U_{Cf} depend on U_{C_1}. Then we set $U_{C_2} = -U_{C_1}$, $\tau_1 = k\pi$, $\tau_2 = 2k\pi$, $U_{Cf} = U_{C_1}$ since the perturbed oscillation is to be studied about the periodic solution. The final equations are written below in a matrix form:

$$(13)\quad \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-\delta/2}[U\sin(\theta - \pi/n) + U_{C_1}] & 0 & 0 & 0 \\ \mathrm{e}^{-\delta/2}[U\sin(\theta - \pi/n) + U_{C_1}] - & -k\pi + \pi/n & 0 & 0 \\ -(k\pi - \pi/n)(1 + \mathrm{e}^{-\delta/2})U\cos(\theta - \pi/2n) & & & \\ -U\sin\theta + U_{C_1} & k\pi - \pi/n & -U\sin(\theta - \pi/n) - U_{C_1} & 0 \\ 0 & -\mathrm{e}^{-\delta/2} & (1 + \mathrm{e}^{-\delta/2})U\cos(\theta - \pi/2n) & -1 \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \mathrm{d}\tau_1/\mathrm{d}U_{C_1} \\ \mathrm{d}U_{C_2}/\mathrm{d}U_{C_1} \\ \mathrm{d}\tau_2/\mathrm{d}U_{C_1} \\ \mathrm{d}U_{Cf}/\mathrm{d}U_{C_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(k\pi - \pi/n)\mathrm{e}^{-\delta/2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Substituting the numerical values obtained from (11) into (13) and solving for dU_{C_f}/dU_{C_1} we get the required information concerning the stability of solution.

4. Application and Experimental Results

As an application to the afore presented theoretical approach calculations were carried out for the harmonic oscillations ($k = 1$) and the third subharmonic oscillations ($k = 3$). Fig. 4 shows the curves U and θ versus U_{C_1} obtained by solving eqs. (11) in which : $n = 15$, i. e. $\alpha = \pi/n = 12°$; $\delta = 0.01$, 0.5, 1.6, 2.3, 10. The curves U vs. U_{C_1} start from the point having the coordinates $U = 1$, $U_{C_1} = 0$ and end where the validity condition does not hold any more. The curves θ vs. U_{C_1} start from $\theta = 180°$, $U_{C_1} = 0$, their end depending on the same condition of validity. Due to a great disproportion between the magnitudes of data regarding the harmonic and the subharmonic only the limits of validity of the latter can be seen on the figure. The validity limits for $k = 1$ can be read on the upper-right side of Fig. 4 for U and U_{C_1} and those concerning θ on the upper-left side of the same figure. Not all of the curves θ vs U_{C_1}, for $k = 3$, could be plotted because they are very close one to another.

The solid-line portions correspond to stable oscillations ($dU_{C_f}/dU_{C_1} < 1$) and those in dashed-line to unstable ones ($dU_{C_f}/dU_{C_1} > 1$).

The stability of oscillations, irrespective of k, can be discussed on, in a unitary manner, in terms of θ. Roughly, if $90° < \theta < 180°$ any oscillation is unstable. This constitutes the first unstable region. Yet, one can see from Fig. 4 that as δ increases the range of stability states extends into this interval. At a certain $\theta < 90°$, also depending on δ, the oscillation again become unstable. This is the second unstable region. The calculations indicate that if δ is very small a third unstable region occurs as it can be seen on the curve plotted for $\delta = 0.01$ and $k = 1$. In what follows the author would like to let aside this last case since it could not be verified by experiment due to the smallness of δ. In the first region of instability steady oscillations cannot be observed experimentally since they either build up until they reach the stable region (or the second unstable region) or disappear altogether ; this depends on the sign of the perturbation that causes the departure from the periodic state.

If the oscillation finds itself in the stable region, on increasing the applied voltage it will enter into the second unstable region. The instability, as observed experimentally, consists in the tendency of the symmetrical waveform to become unsymmetrical, as in Fig. 3 *c*, due to the occurrence of even harmonics. If the unsymmetrical oscillation is also unstable for the given applied voltage one can observe on the screen of an oscilloscope a slow, random change in the waveform as if it „hesitated" between the symmetrical and the unsymmetrical shape. As the applied voltage increases the unsymmetrical waweform becomes stable and then unstable again. At this point subharmonics having this waveform disappear altogeter due to the instability. Harmonic oscillation do not disappear because, usually, $U > 1$ and in this case the saturation of the core is ensured for each

half cycle of the applied voltage by the applied voltage alone. Consequently, multi-step unsymmetrical oscillations develop, some of them being stable and some unstable. This situation lasts until the applied voltage reaches the value corresponding to the limit of validity of symmetrical oscil-

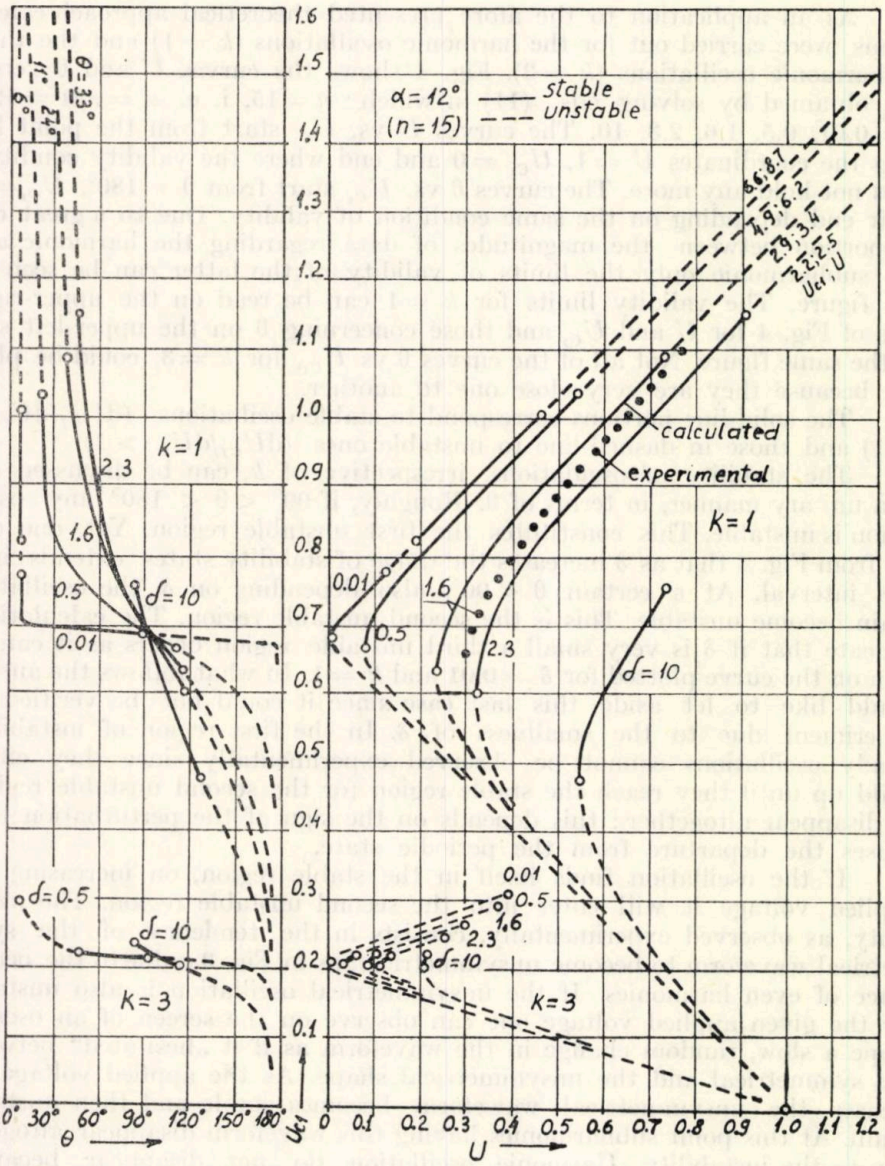


Fig. 4

lations described by eqs. (11). At this point even harmonics disappear and the waveform becomes symmetrical as that shown in Fig. 3 *d*. From the above presented experimental observations it comes out that in the second region of instability for symmetrical oscillations stable unsymmetrical oscillations may exist.

The experiment was carried out at a supply frequency of 50 c/s and using a series ferroresonant circuit composed of a reactor having a rectangular magnetic characteristic and a linear capacitor. The normalizing factor was $\omega\Psi_s = 18$ V; the capacitance was chosen so as $\delta = 1.6$ and $n = \omega_0/\omega = 15$. Measurements were performed for $k = 1$, on the screen of an calibrated oscilloscope, and the resulting curve plotted with dotted line on Fig. 4. Here, U_{C_1} represents the average of the values of u_C at the begining and at the end of nonconducting interval (s. also Fig. 2 and Fig. 3 *a*). The initial phase θ could not be measured with accuracy but it could be observed that it followed roughly the curve corresponding to $\delta = 1.6$ on Fig. 4.

5. Conclusions

In this paper it has been shown that essentially nonsinusoidal basic oscillations in series ferroresonant circuits can be investigeted, in a simple manner and with good accuracy, by using a piece-wise linear method. If the harmonic balance method were used the great number of terms which must be taken in the approximating Fourier series of the output signal, if fairly accurate results are pursued, makes the handling of the problem impractical. The advantage of the piece-wise method over the harmonic balance method, as applied to this circuit, also lies in the fact that both harmonic and subharmonic basic waveforms can be studied with the same easiness — one has to change the value of k in eqs. (11). Yet, in the case of multi-step waveforms the piece-wise linear method leads to more complicated sets of equations which can be solved only by resorting to a digital computer; but today this is no more a problem. Also, it can be seen that although the characteristic of nonlinear element is essentially nonlinear, by choosing such a capacitance so as ω be small the conducting interval α increases at the expense of nonconducting interval, hence the output signal may become almost sinusoidal. Therefore, the nonlinearity of reactive element cannot give by itself the degree of nonlinear behaviour of the circuit as a whole.

Received, April 27, 1974

Polytechnic Institute of Jassy,
Department of Electrical Engineering
and Electrical Measurements

REFERENCES

1. Minorsky N., *Theory of Nonlinear Control Systems.* McGraw-Hill Book Company, New York, 1969.
2. Stern T., *Theory of Nonlinear Networks and Systems.* Addison—Wesley, New York, 1965.
3. Hayashi C., *Nonlinear Oscillations in Physical Systems.* McGraw-Hill Book Company, New York, 1964.

OSCILAȚII ARMONICE ȘI SUBARMONICE ÎN CIRCUITE FEROREZONANTE SERIE ALIMENTATE CU TENSIUNE SINUSOIDALĂ, STUDIATE PRIN METODA LINIARIZĂRII PE PORȚIUNI

(Rezumat)

Deoarece în cazul în care semnalul de ieșire al unui circuit ferorezonant este puternic distorsionat metoda balanței armonice este practic inutilizabilă se studiază acest caz prin utilizarea unei metode de liniarizare pe porțiuni. Se consideră forma de undă principală într-un astfel de circuit și se arată că parametrii acesteia se pot calcula într-un mod simplu. De asemenea se studiază stabilitatea semnalului de ieșire. Rezultatele teoretice sînt confirmate de verificările experimentale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX7(XXIV), Fasc. 1–2, 1974
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

D. K. 621.318.423

EINIGE GESICHTSPUNKTE ÜBER DIE STEUERUNG DER NICHTLINEAREN SPULEN

VON

NORBERT ZITRON und DANA BALAN

1. Allgemeines

Wegen der praktischen Bedeutung der nichtlinearen Spulen haben viele Verfasser besonders erfahrungsmäßig, die Problemen die mit derer Steuerung, längsgerichteter [1] ... [3], [6] oder orthogonaler [2] ...[5] verbunden sind studiert.

In den Arbeiten [5] und [6] wurden analytische Beziehungen die zur Erklärung einiger erfahrungsmäßig bestimmten Gesichtspunkte verwendet werden und aus welchen man einige neue, interessante Folgerungen zieht, aufgestellt. Man stellt fest, daß die Gleichkomponente des magnetischen Kernflußes die größte Beweglichkeit hat und von allen Größen der nichtlinearen gesteuerten Spule (NGS) beeinflußt ist. Sie beeinflußt direkt die Arbeitskennlinien der Spule.

Die vergleichende Analyse der Änderung der Gleichflußkomponente (Gleichrichtung des magnetischen Flußes) ermöglicht die Erklärung des Verhaltens der nichtlinearen Spule für verschiedene Steuerungsarten und in verschiedenen Arbeitsvorgängen.

In vorliegender Arbeit wird ausführlich die Gleichrichtung des magnetischen Flußes und die Steuerungskennlinien im Falle der nichtlinearen längsgerichteten und orthogonal gesteurten Spule, in den freien und gezwungenen Arbeitsgrenzvorgängen, untersucht.

In den Betrachtungen aus der Arbeit geht man von der Approximierung der nichtlinearen nichtgesteuerten Spule durch einem unvollständigen Polynom drittes Grades:

$$i = k_1\Phi + k_3\Phi^3, \tag{1}$$

wobei k_1 und k_3 die Annäherungskoeffizienten sind, aus.

2. Nichtlineare langsgerichtet gesteuerte Spule (NLGS)

NLGS mit einem Kern verhält sich, aus dem Gesichtspunkt der Flußgleichrichtung, sowie die NLGS mit zwei Kerne im freien Magnetisierungsvorgang. Weil man diese Anlage nicht häufig verwendet rechtfertig sich eine ausführliche Analyse nicht.

2.1. NLGS im freien Magnetisierungsvorgang

Die grundsätzliche Schaltung aus Abb. 1 entschpricht der NLGS mit zwei Kerne im freien Magnetisierungsvorgang, $Z_0 = 0$, für welchen man die Gleichungen [6]:

$$(2) \qquad i_1 + i_0 + i_2 = k_1\Phi_I + k_3\Phi_I^3, \qquad i_1 - i_0 - i_2 = k_1\Phi_{II} + k_3\Phi_{II}^3,$$

wobei Φ_I und Φ_{II} von der Form:

$$(3) \qquad \Phi_I = \Phi_1 + \Phi_0 = \Phi_{1m}\cos\alpha + \Phi_0, \qquad \Phi_{II} = \Phi_1 - \Phi_0 = \Phi_{1m}\cos\alpha - \Phi_0,$$

sind, schreiben kann.

Wird (3) in (2) eingesetzt, dann erhält man:

$$(4) \qquad i_1 = (k_1 + 3k_3\Phi_0^2)\Phi_1 + k_3\Phi_1^3,$$

$$(5) \qquad i_0 = (k_1 + 1{,}5\,\Phi_{1m}^2)\Phi_0 + k_3\Phi_0^3.$$

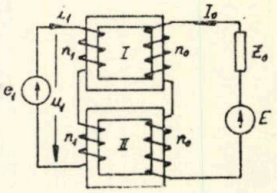


Abb. 1

Die Änderung der Flußgleichkomponente für die längsgerichtete Steuerung im freien Magnetisierungsvorgang ist von der Kennlinienfamilie $\Phi_0(I_0)_{\Phi 1m=\text{konst.}}$ ausgezeichnet.

Für die Verallgemeinerung des Ergebnissen wird die Gleichung (1) normiert, sodaß

$$(6) \qquad x = c_1 y + c_3 y^3,$$

wobei:

$$(7) \qquad x = \frac{i}{I_s},\ y = \frac{\Phi}{\Phi_s},\ c_1 = \frac{k_1\Phi_s}{I_s},\ c_3 = \frac{k_3\Phi_s^3}{I_s}$$

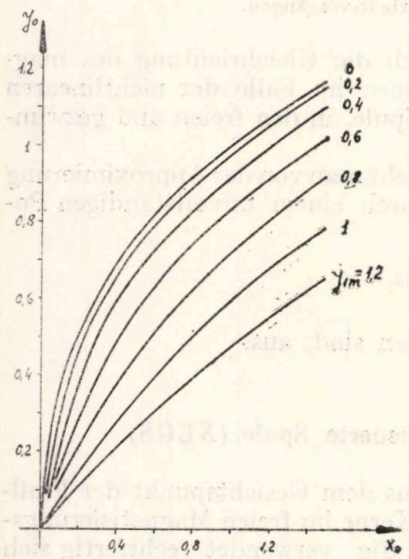


Abb. 2

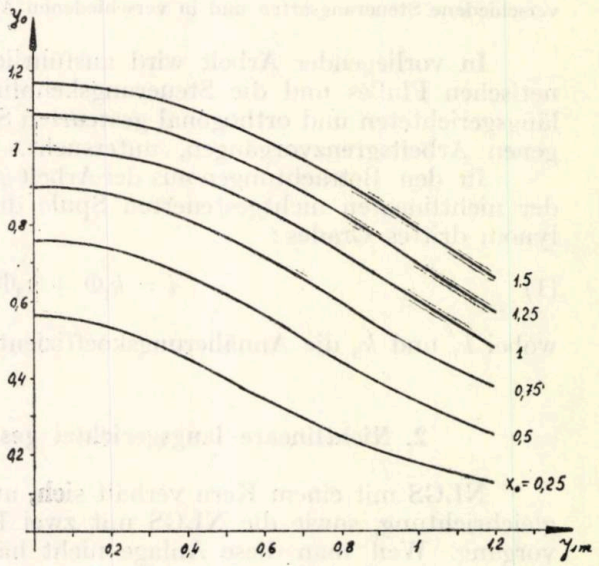


Abb. 3

und Φ_s, I_s der Sättigungsfluß und der Sättigungsstrom der nichtgesteuerten Spule sind.

Als Folge der Normierung werden alle Flüße durch Φ_s und alle Ströme durch I_s bezogen. In den Gleichungen (4) und (5) erscheinen die Größen:

$$x_1 = \frac{i_1}{I_s}, \quad x_0 = \frac{I_0}{I_s}, \quad Y_{1m} = \frac{\Phi_{1m}}{\Phi_s}, \quad y_0 = \frac{\Phi_0}{\Phi_s}. \tag{8}$$

In der Arbeit werden die Ergebnisse für den Fall in welchem $c_1 = 0{,}2$ und $c_3 = 0{,}8$ sind. In diesem Falle ist die Kennlinienfamilie $y_0(x_0)$ bei $Y_{1m} =$ $=$ konst. in Abb. 2 dargestellt. Abb. 3 zeigt die Kennlinienfamilie $y_0(Y_{1m})$ bei $x_0 =$ konst.

2.2. NLGS mit zwei Kerne im gezwungenen Magnetisierungsvorgang

Für den Vorgang der durch $Z_0 \gg 0$ (Abb. 1) gekennzeichnet ist, können folgende Gleichungen [6]:

$$i_1 + i_0 = k_1\Phi_I + k_3\Phi_I^3, \quad i_1 - i_0 = k_1\Phi_{II} + k_3\Phi_{II}^3, \tag{9}$$

wobei:

$$\begin{cases} \Phi_I = \Phi_{1m}\cos\alpha + \Phi_0 - \Phi_{2m}\cos 2\alpha, \\ \Phi_{II} = \Phi_{1m}\cos\alpha - \Phi_0 + \Phi_{2m}\cos 2\alpha, \end{cases} \tag{10}$$

die zu:

$$i_1 = b_1(\Phi_I + \Phi_{II}) + b_3(\Phi_I + \Phi_{II})^3 + b_5(\Phi_I + \Phi_{II})^5, \tag{11}$$

$$i_0 = k_1\Phi_0 + k_3\left(\Phi_0^3 + \frac{3}{2}\Phi_0\Phi_{2m}^2 + \frac{3}{2}\Phi_0\Phi_{1m}^2 - \frac{3}{4}\Phi_{1m}^2\Phi_{2m}\right), \tag{12}$$

$$0 = k_1\Phi_{2m} + k_3\left(3\Phi_0^2\Phi_{2m} + \frac{3}{4}\Phi_{2m}^3 - \frac{3}{2}\Phi_0\Phi_{1m}^2 + \frac{3}{2}\Phi_{1m}^2\Phi_{2m}\right), \tag{13}$$

wobei:

$$\begin{cases} b_1 = \dfrac{k_1}{2} + \dfrac{3}{2}k_3(\Phi_0 + \Phi_{2m})^2, \\ b_3 = \dfrac{k_3}{2}\left[\dfrac{1}{4} - 3\dfrac{\Phi_{2m}(\Phi_0 + \Phi_{2m})}{\Phi_{1m}^2}\right], \\ b_5 = \dfrac{3}{8}k_3\dfrac{\Phi_{2m}^2}{\Phi_{1m}^4}, \end{cases} \tag{14}$$

führen, geschrieben werden.

Der gezwungene Magnetisierungsvorgang ist neben der Kennlinienfamilien $\Phi_0\,(I_0)_{\Phi_{1m}=\text{konst.}}$, $\Phi_0(\Phi_{1m})_{I_0=\text{konst.}}$ auch von der Familie $\Phi_{2m}(I_0)_{\Phi_{1m}=\text{konst.}}$ charakterisiert.

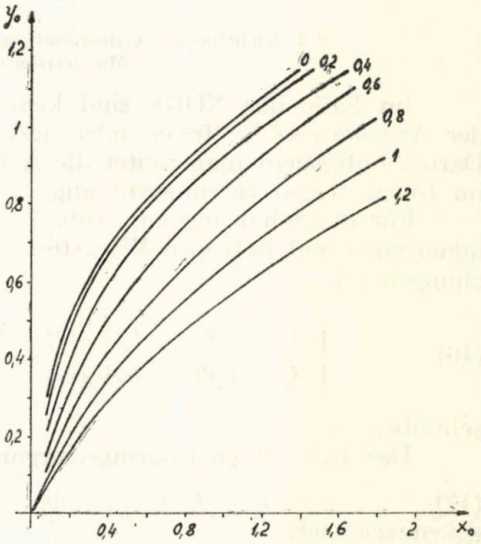


Abb. 4

In den weiter oben erwähnten Normierungsbedingungen erscheint in den Gleichungen (11)...)13) die Größe :

$$Y_{2m} = \frac{\Phi_{2m}}{\Phi_s} \tag{15}$$

als neu.

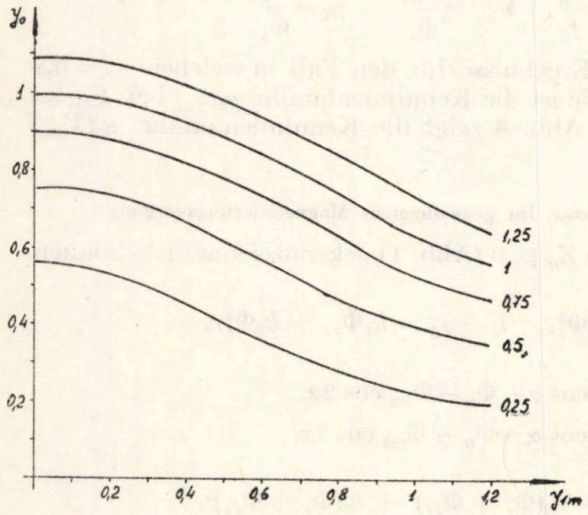


Abb. 5

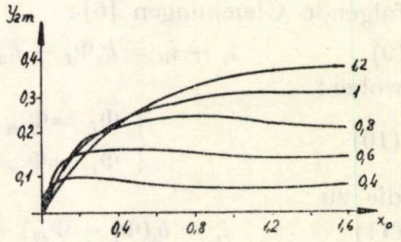


Abb. 6

Die Kennlinienfamilien $y_0(x_0)$ mit $x_0 = \text{konst.}$, $y_0(Y_{1m})$ mit $x_0 = \text{konst.}$ und $Y_{2m}(x_0)$ mit $Y_{1m} = \text{konst.}$ sind, für den betrachteten Fall, in den Abb. 4...6 dargestellt.

2.3. Nichtlineare orthogonal-gesteuerte Spule (NOGS) im freien Magnetisierungsvorgang

Im Falle der NOGS sind keine wessentliche Unterschiede zwischen der Arbeitsweise im freien oder gezwungenen Magnetisierungsvorgang [5]. Darum untersucht man weiter die Änderung der Flußgleichkomponente nur im freien Magnetisierungsvorgang.

Für die Schaltung aus Abb. 7, die einer NOGS mit einem Kern aus homogenen und isotropen Werkstoff entschpricht, kann man folgende Gleichungen [4] :

$$\begin{cases} i_x = k_1\Phi_x + k_3\Phi_x(\Phi_x^2 + \Phi_y^2), \\ i_y = k_1\Phi_y + k_3\Phi_y(\Phi_x^2 + \Phi_y^2), \end{cases} \tag{16}$$

schreiben.

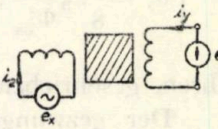


Abb. 7

Der freie Magnetisierungsvorgang ist von den Größen :

$$i_y = I_0 + i_{2y}, \quad \Phi_x = \Phi_{xm}\cos\alpha, \quad \Phi_y = \Phi_0 \tag{17}$$

gekennzeichnet.

Das Verhalten des Kernes auf den zwei Richtungen wird von den Gleichungen :

(18) $i_x = (k_1 + k_3\Phi_0^2)\Phi_x + k_3\Phi_x^3$, (19) $I_0 = (k_1 + 0{,}5k_3\Phi_{xm}^2)\Phi_0 + k_3\Phi_0^3$,

die man aus (16) durch Einsetzung von (17) erhält, gegeben.

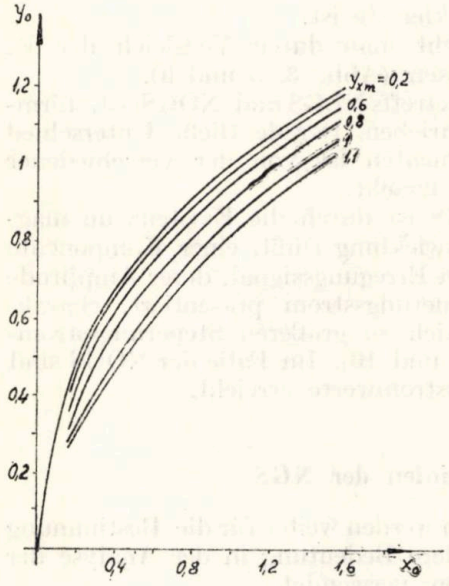


Abb. 8

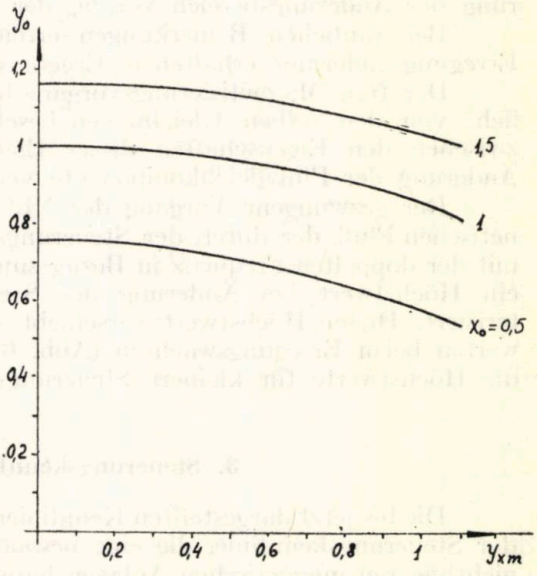


Abb. 9

In den Gleichungen, die die Arbeitsweise der NOGS beschreiben, heben sich die neuen normierten Größen :

(20) $$x_x = \frac{i_x}{I_s}, \qquad Y_{xm} = \frac{\Phi_{xm}}{\Phi_s},$$

heraus.

Die Kennliniefamilien $y_0(x_0)$ mit $Y_{xm} = \text{konst.}$ und $y_0(Y_{xm})$ mit $x_0 = \text{konst.}$ sind in Abb. 8 und 9 dargestellt.

Eine Eigenheit der orthogonaler Steuerung ist, im gezwungenen Magnetisierungsvorgang, die Erhaltung eines Höchstwertes für die Amplitude der zweiten Flußharmonischen, Φ_{y2m}, Höchstwert der zwischen beschränkten Grenzen des Steuerungsstroms I_0, unter dem Sättigungsniveau, vorhanden ist (Abb. 10).

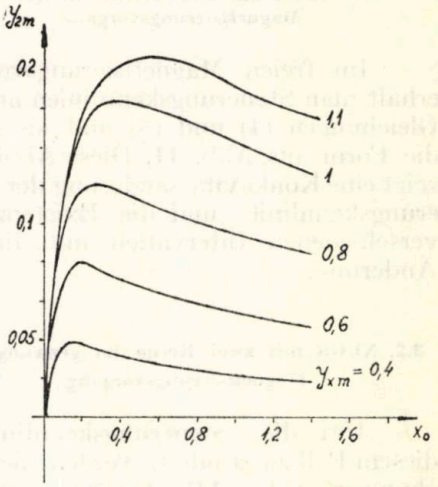


Abb. 10

2.4. Vergleich zwischen der Änderung der Flußgleichkomponeten bei verschiedenen Steuerungsarten

Aus dem Vergleich der Abb. 2 und 4 stellt man fest, daß die Änderung der Arbeitsweise zu einer starker Änderung von Φ_0 im freien Magnetisierungsvorgang führt.

Die Abb. 2, 4 und 8 zeigen, daß im Falle der orthogonaler Steuerung der Änderungsbereich von Φ_0 der kleinste ist.

Bei ähnlichen Bemerkungen erreicht man durch Vergleich der bei Erregungsänderung erhaltenen Ergebnissen (Abb. 3, 5 und 9).

Der freie Magnetisierungsvorgang betreffs NLGS und NOGS ist, förmlich, von den selben Gleichungen beschrieben. Der deutliche Unterschied zwischen den Eigenschaften dieser Elementen ist von der verschiedener Änderung der Flußgleichkomponente verursacht.

Der gezwungene Vorgang der NLGS ist durch die Existenz im magnetischen Fluß, der durch der Steuerungswicklung flüßt, einer Komponente mit der doppelten Frequenz in Bezug zum Erregungssignal, derer Amplitude ein Höchstwert bei Änderung des Steuerungsstrom präsentiert, charakterisiert. Dieser Höchstwert verschiebt sich zu größeren Steuerungsstromwerten beim Erregungswachsen (Abb. 6 und 10). Im Falle der NOGS sind die Höchstwerte für kleinere Steuerungsstromwerte erreicht.

3. Steuerungskennlinien der NGS

Die bis jetzt dargestellten Kennlinien werden weiter für die Bestimmung der Steuerungskennlinie, die eine besondere Bedeutung in der Analyse der nichtlinearen magnetischen Anlagen haben, verwendet.

3.1. NLGS mit zwei Kerne im freien Magnetisierungsvorgang

Im freien Magnetisierungsvorgang erhält man Steuerungskennlinien aus den Gleichungen (4) und (5) und sie haben die Form aus Abb. 11. Diese Abbildung zeigt eine Konkavitätsänderung der Steuerungskennlinie und die Existenz von verschiedenen Intervallen mit linearer Änderung.

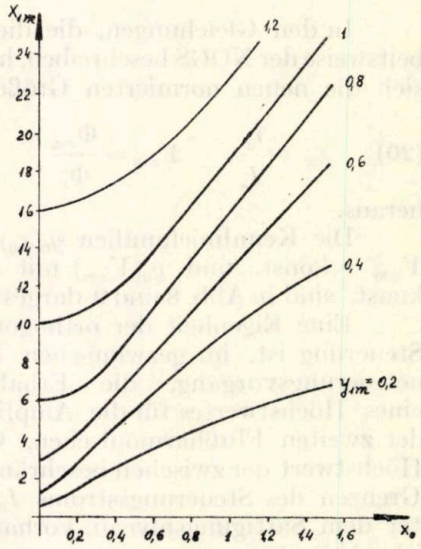


Abb. 11

3.2. NLGS mit zwei Kerne im gezwungenen Magnetisierungsvorgang

Um die Steuerungskennlinie in diesem Fall zu erhalten werden die Gleichungen (11)...(14) benützt und es folgt die Kennlinienfamilie aus Abb. 12.

Man bemerkt, daß für Φ_{1m} zwischen 0,4 und 0,8 die Steigung der Steuerungskennlinie optimal ist und die Kennlinien praktisch linear für $I_0 > 0{,}4\, I_s$ sind.

3.3. NOGS

Im Falle der NOGS, (s. Gleichungen (16)...(18)), haben die Steuerungskennlinien (Abb. 13) lineare Teile in beschränkten Steuerungstrombereichen. Es existiert aber die Möglichkeit der Bedeckung des ganzen Änderungsintervalls von I_0 durch der Erregungsänderung.

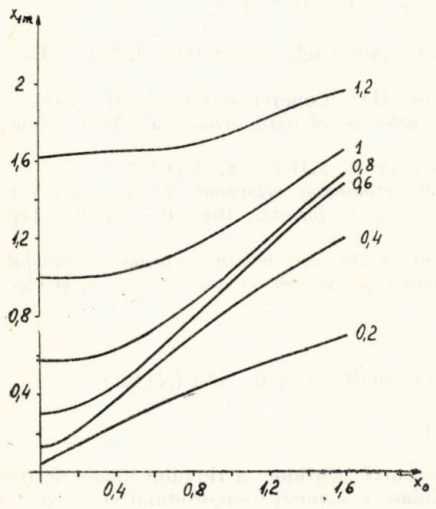


Abb. 12

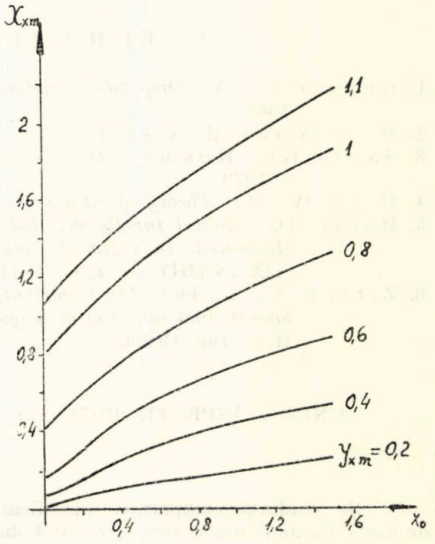


Abb. 13

3.4. Vergleich zwischen den Steuerungskennlinien von verschiedenen NGS

NLGS werden, meistens, in den magnetischen Verstärkern, wo man die Realisierung von linearen und mit einer wie größer mögliche Steigung $I(I_0)$ - Kennlinien als Zweck hat, verwendet (Abb. 11 und 12). Man bemerkt, daß der freie Magnetisierungsvorgang lineare Änderungsbereiche für die Steuerungskennlinie, mit der selben Steigung für Erregungswerte die 0,6 überschreiten hat. Die Steuerungskennlinie für $Y_{1m} = 0{,}8$ kann man als optimal schätzen. Im gezwungenen Magnetisierungsvorgang erhält die Steigung der linearen Kennlinie ein Höchstwert für $Y_{1m} = 0{,}6$ und die Spule kann man in beschränkten Grenzen um diesem Wert verwenden.

Im Falle der NOGS (Abb. 13) wächst die Steigung der linearen Kennlinie mit dem Erregungssignal. Die lineare Teile können, bei der Erregungsänderung, den ganzen Änderungsbereich von I_0 bedecken.

4. Schlußfolgerungen

Die Flußgleichkomponente bestimmt die Arbeitsweise der NGS in verschiedenen Arbeitsvorgängen und für verschiedene Steuerungsarten.

Im Falle des freien Magnetisierungsvorgangs der NLGS ist die wichtigste Änderung der Flußgleichkomponente und die größte Steigung der Steuerungskennlinie zu bemerken.

Eingegangen am 24. Februar 1974

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Grundlagen der Elektrotechnik
und elektrische Messungen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Geyger W. A., *Dispozitive magnetice neliniare*, (aus engl. übersetzt). Ed. Tehn., Buc. 1968.
2. Розенблат М. А., *Магнитные усилители.* Изд. Советское Радио, М., 1956.
3. Savin Gh., Rosman H., *Circuite electrice neliniare şi parametrice.* Ed. Tehn., Buc., 1973.
4. Higa W. H., *Theory of Magnetic Cross Valve.* Trans. AIEE, **74**, *1* (1955).
5. Balan D., *Studiul funcţionării bobinei neliniare comandate ortogonal, excitată prin flux sinusoidal, în regim de magnetizare liberă şi forţată.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XIX (XXIII)**, *3—4*, s. III (1973).
6. Zitron N., Balan D., *Contribuţii la studiul funcţionării bobinei neliniare comandate longitudinal în regim de magnetizare liberă şi forţată.* St. şi cerc. de energ. şi electrot., (im Druck).

UNELE ASPECTE PRIVIND COMANDA BOBINELOR NELINIARE

(Rezumat)

Se studiază comparativ modificarea componentei continue a fluxului magnetic (redresarea fluxului magnetic) în cazul bobinelor neliniare comandate longitudinal şi ortogonal şi unele aspecte privind caracteristicile de comandă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 1–2, 1974
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

D. C. 621. 317. 44

THE INFLUENCE OF THE FREQUENCY ON THE OPERATION OF THE SELF-SATURATING RING-CORE FLUX-GATE PUSH-PULL CIRCUITS

BY

PARASCHIVA HABA, N. ALEXANDRU and VIOREL COSMA

1. Introduction

In a previous paper [2], the expression of the unbalancing current of the amplifie circuit due to the presence of an external d.c. field was determined as:

$$I_{H_x} = \frac{NfA}{R} \mu_{\Delta\text{eff}} H_x , \tag{1}$$

where: N — the number of turns of a flux-gate winding, f — the frequency of the supply voltage of the circuit, A — the cross-section of the flux-gate core, R — the total resistance of the circuit, H_x — the d. c. magnetic field intensity, $\mu_{\Delta\text{eff}}$ — the effective permeability of the flux-gate.

From the relationship (1) it is apparent that the unbalanced state current I_{Hx} depends linearly on the frequency of the supply voltage of the circuit.

In the present paper we intend to study the influence of the variation of the supply voltage on the circuit sensitivity, as well as on the unbalanced state current, dwelling upon the use of this circuit as a frequency transducer.

From the very beginning we were fully conscious of the problem difficulty, as the circuit represents in fact a bridge supplied in a. c., which implies difficulties in its balancing at the frequency variation.

Experiments were made for a couple of flux-gates built from different magnetic materials (i. e. μ-metall, PERMENORM 5 000 Z) and different rated coils (from 1 000 to 5 000 turns). The circuit was supplied with an a. c. voltage of variable frequency, by means of an ORION RC-type tone generator or a magnetic-coupled-multivibrator (MCM) with switching transistors, designed and built specially for this purpose.

2. Experimental Results

The measuring circuit given in Fig. 1 was built and supplied with different a. c. voltages of variable frequency.

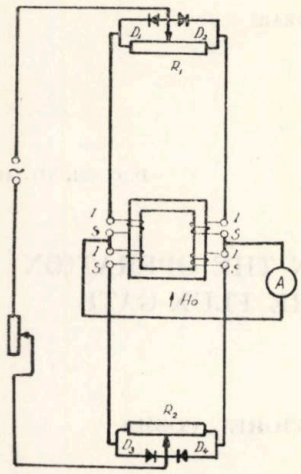


Fig. 1

1°. For a flux-gate made from PERMENORM 5 000 Z, rated at $n = 1\,000$ turns, connected in a circuit supplied with a voltage $U = 80$ V (the saturation voltage of the flux-gate is $U_s = 10$ V), the characteristics given in Fig. 2 were obtained.

These characteristics exhibit two linear zones: the first one for small fields, having a bigger slope and the second one with much smaller slope for bigger fields (more than 40 Oe). It was settled that the sensitivity of the circuit increases with the frequency until a limit frequency is reached, and it decreases afterwards.

We think this is normal as the sheets used for the flux-gate core are relatively thick (0.1 mm) and from the literature it is known that for higher frequencies very thin sheets (about 1 mil) are usually used.

For higher frequencies the situation is reached when the core losses are so big, that the contribution of the frequency to the sensitivity raise is vanishing as a result of increased core losses.

2°. The unbalanced state current versus frequency characteristic for a constant magnetic field and constant voltages was plotted in Fig. 3.

Two distinct linear zones of different slopes are present on these characteristics too, and it is apparent that for smaller frequencies the current

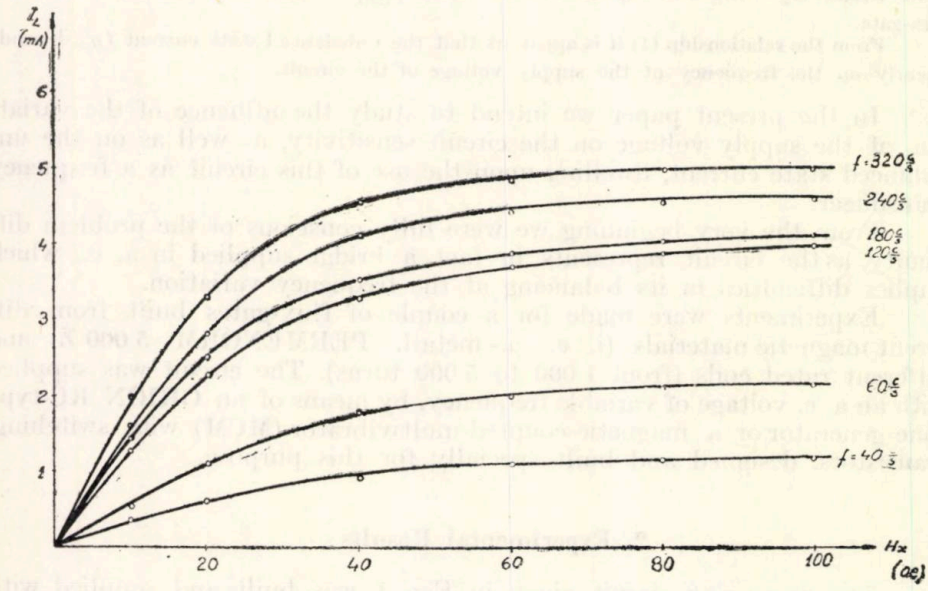


Fig. 2

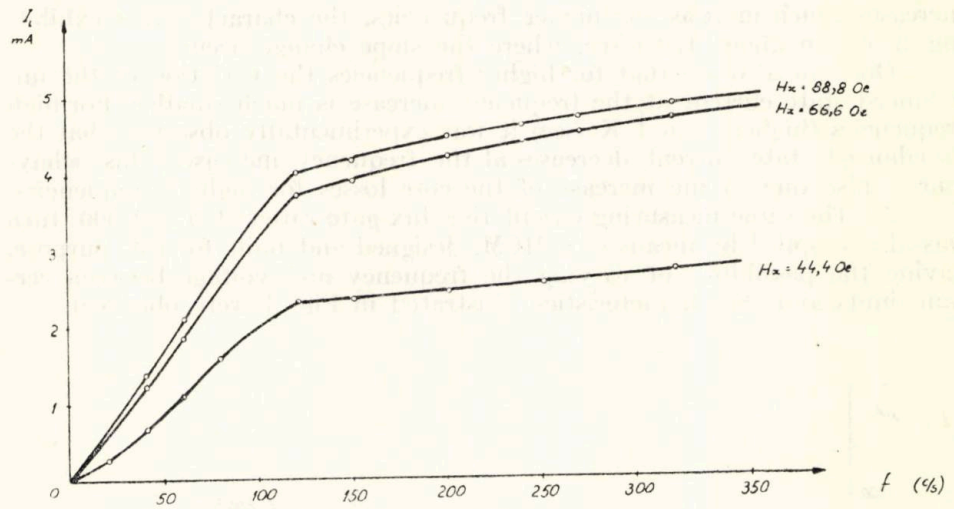

I_1 mA
5
4
3
2
1
0
50
100
150
200
250
300
350
f (c/s)
H_x = 88,8 Oe
H_x = 66,6 Oe
H_x = 44,4 Oe

Fig. 3

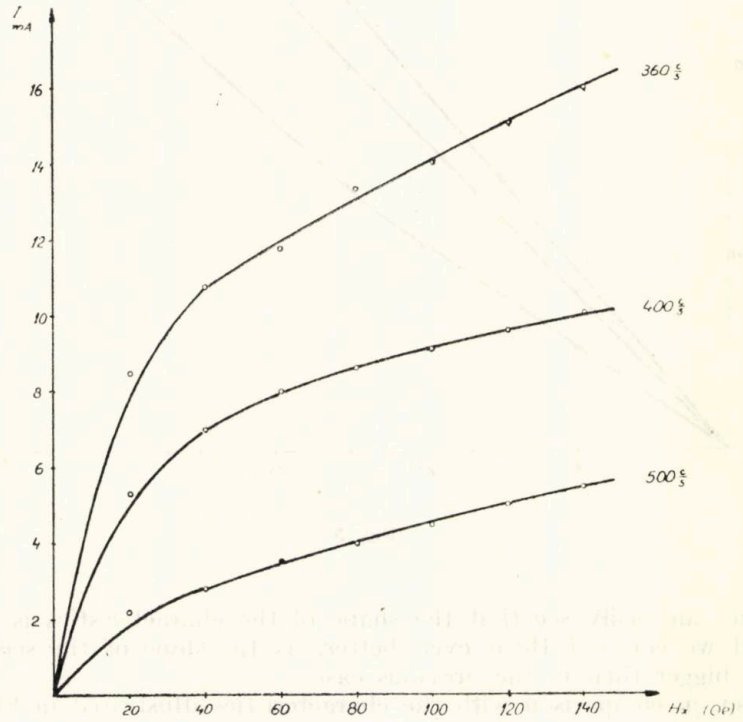

I mA
16
14
12
10
8
6
4
2
20
40
60
80
100
120
140
H_x (Oe)
360 c/s
400 c/s
500 c/s

Fig. 4

increases much more as for higher frequencies, the characteristics exhibiting a region about 120 c/sec, where the slope change occurs.

One can also see that for higher frequencies the variation of the unbalanced state current at the frequency increase is much smaller. For high frequencies (higher than 1 Kc/sec) it was experimentally observed that the unbalanced state current decreases at the frequency increase. This behaviour is also due to the increase of the core losses for higher frequencies.

3°. The same measuring circuit the flux-gate rated at $n = 1\,000$ turn was also supplied by means of a MCM, designed and built for this purpose, having the possibility of varying the frequency and voltage between certain limits and the characteristics illustrated in Fig. 4 were obtained.

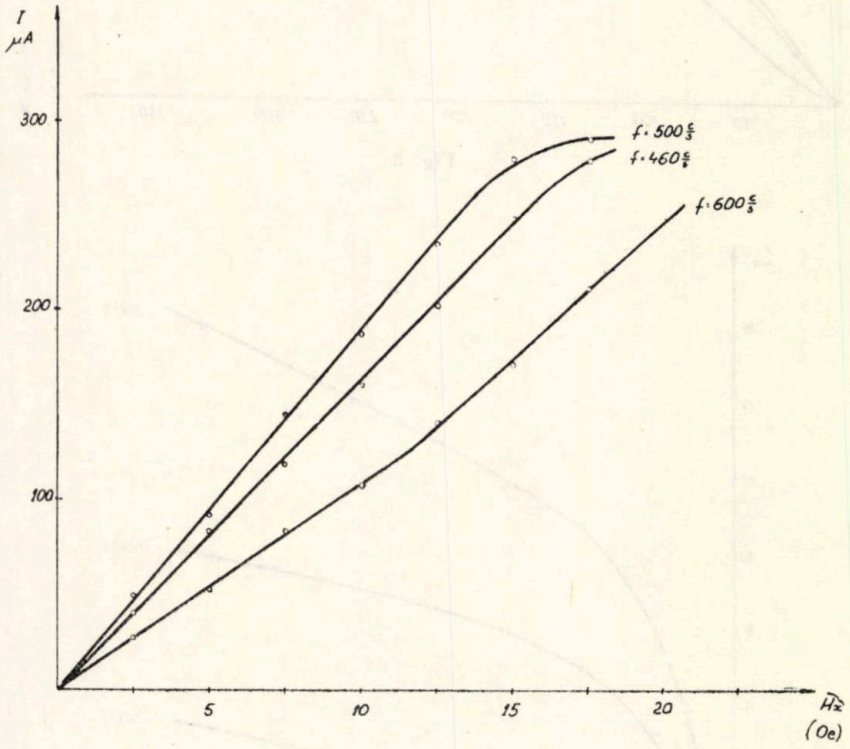


Fig. 5

One can easily see that the shape of the characteristics is the same one, and we consider them even better, as the slope of the second zone is much bigger then in the previous case.

Also, in comparison with the characteristics illustrated in Fig. 2, the unbalanced state current for the same d. c. magnetic field is about three times bigger.

We may conclude that the supply of the actual measuring circuit by means of a MCM is the most advantageous arrangement for the case that the raise of the sensitivity of the circuit is done by increasing the frequency, because such a MCM has a much simpler diagram in comparison with a laboratory tone generator and requests only electronic components made in our country ; it is compact, stable and allows an easy control of the frequency in wide limits.

4°. The measuring circuit containing a μ-metall flux-gate rated at a much lower number of turns was supplied by means of a MCM, as mentioned above ; the resulting characteristics are given in Fig. 5. It is apparent that for small d. c. magnetic fields a linear relationship between the unbalanced state current and the raise of the magnetic field is obtained.

We suppose that the shape of these characteristics, exhibiting two zones of different slope, is due to the fact that for big d. c. magnetic fields, the simplifying assumptions we made at the calculus of the current are no more valid, as the flux-gate operates in other points of the characteristic.

We have to resume the calculus in the new conditions. We mention that the experiments are extremely difficult as there are problems of balancing an a. c. bridge at higher frequencies. There are some higher frequencies we could not use as the current through the flux-gate branches decreases too much and it can not operate in the saturation conditions we assumed.

3. Conclusions

1. The behaviour of a flux-gate circuit operating as a self-saturating push-pull magnetic amplifier at the variation of the supply voltage frequency was experimentally checked.

It was found out that the variation mentioned above is linear and the characteristics exhibit two linear zones of different slopes : one of big slope for small fields, the other of small slope for big fields.

This behaviour is due to the change of the operating point of the flux-gate at low and high frequencies for the field variation.

2. A limit frequency is found, its surpassing leading to a decrease of the sensitivity of the measuring circuit. This is due to the increase of the losses in the magnetic core.

3. The circuit operates in its best condition if supplied by means of an adjustable frequency-type MCM which offers the possibility of using it in a simplified transducer diagram.

Received, July 18, 1973

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of General Electrotechnics
and Electrical Machines

REFERENCES

1. Geyger W. A., *Ring-core Magnetometers with Self Saturating Circuits.* IEEE, Trans. on Commun. and Electronics, 508—514 (1963).

2. Haba P., Androne C., *Studiul funcționării sondelor magnetice cu miezuri inelare în circuite autosaturate în contratimp.* Bul. Inst. polit. Iași, XVII(XXI), *3—4* (1971).
3. Androne C., Haba P., *Asupra amplificatoarelor magnetice cu reacție internă (I).* Bul. Inst. polit. Iași, XVII (XXI), *1—2* (1971).

INFLUENȚA FRECVENȚEI ASUPRA FUNCȚIONĂRII SONDELOR MAGNETICE CU MIEZURI INELARE ÎN CIRCUITE AUTOSATURATE ÎN CONTRATIMP

(Rezumat)

Se alimentează mai multe circuite cu sonde magnetice de la diverse surse de c. a. de frecvență variabilă: generatoare de laborator standard, multivibratoare cuplate magnetic etc. și se studiază influența frecvenței asupra semnalului de ieșire al amplificatorului autosaturat.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 1–2, 1974
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

C. Z. 681.142.2(083)

EXTINDEREA POSIBILITĂȚILOR DE UTILIZARE A SUBPROGRAMELOR PORAN ȘI PORAB DIN MATHLIB

DE

NINA POEATĂ, NONEL THIRER și RAIMOND GRIMBERG

1. Introducere

Biblioteca matematică (MATHLIB) a calculatorului FELIX C-256 pune la dispoziția utilizatorilor subprogramele PORAN și PORAB pentru soluționarea ecuațiilor polinomiale cu coeficienți reali.

Algoritmul numeric care stă la baza subprogramului PORAN pornește de la metoda cunoscută a lui N e w t o n, iar cel care stă la baza subprogramului PORAB, de la metoda lui B a i r s t o w. Ambele metode sînt iterative și din această cauză numărul de calcule necesare pentru obținerea soluțiilor, cu o anumită precizie, diferă de la o ecuație la alta, viteza de convergență a procesului de calcul depinzînd atît de coeficienții ecuației cît și de valorile inițial admise la începerea calculelor. Subprogramele amintite limitează numărul de iterații la 100. Dacă după 100 de iterații nu se ajunge la o rădăcină a polinomului, calculele se opresc, iar utilizatorul este informat asupra acestei situații prin valoarea 1 atribuită în subprogram variabilei KOD care figurează printre parametrii fictivi.

În privința valorilor inițiale, în subprogramul PORAN calculele debutează prin căutarea unei soluții (care în particular poate fi reală) cu o primă valoare inițială $z_0 = 1 + j$. După găsirea unei rădăcini reale sau a unei perechi de rădăcini complex conjugate se scade în mod corespunzător gradul polinomului și se efectuează calcule similare pentru noul polinom, folosind ca valoare inițială soluția găsită anterior, pînă la determinarea tuturor rădăcinilor. În anumite situații, valoarea inițială se modifică la $1 + 2j$.

Deoarece metoda lui B a i r s t o w, mai puțin cunoscută decît cea a lui N e w t o n, este curent folosită în ultimul timp, în continuare ne vom referi numai la subprogramul PORAB, deși propunerea pe care o facem pentru extinderea cazurilor de rezolvare a ecuațiilor polinomiale poate fi folosită și în cazul subprogramului PORAN precum și pentru orice alt subprogram de determinare a rădăcinilor unui polinom.

2. Principiul metodei B a i r s t o w de rezolvare a ecuațiilor polinomiale

Se consideră ecuația polinomială de forma:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0. \tag{1}$$

În cadrul metodei B a i r s t o w [1] se caută factori pătratici ai polinomului $P(x)$ de forma:

$$F(x) = x^2 - px - q, \tag{2}$$

în care p și q trebuie astfel determinați încît restul împărțirii $P(x)/F(x)$ să fie nul. Rezultă:

$$\frac{P(x)}{F(x)} = C(x) + \frac{R(x)}{F(x)}, \tag{3}$$

în care $C(x)$ este cîtul împărțirii iar restul $R(x)$ este de forma :

$$R(x) = r_1(p, q)x + r_0(p, q). \tag{4}$$

Coeficienții cîtului și ai restului sînt funcții atît de coeficienții a_j cunoscuți cît și de p și q ce urmează a fi determinați. Se presupune că restul se anulează pentru trinomul de forma :

$$x^2 + p_1 x + q_1, \tag{5}$$

în care

$$p_1 = p + \Delta p \text{ și } q_1 = q + \Delta q. \tag{6}$$

Dacă Δp și Δq sînt suficient de mici se poate folosi dezvoltarea în serie Taylor și anume :

$$\begin{cases} r_1(p + \Delta p, q + \Delta q) = r_1(p, q) + \dfrac{\partial r_1}{\partial p}\Delta p + \dfrac{\partial r_1}{\partial q}\Delta q + \dfrac{\partial^2 r_1}{\partial p^2}\Delta^2 p + \ldots, \\ r_0(p + \Delta p, q + \Delta q) = r_0(p, q) + \dfrac{\partial r_0}{\partial p}\Delta p + \dfrac{\partial r_0}{\partial q}\Delta q + \dfrac{\partial^2 r_0}{\partial p^2}\Delta^2 p + \ldots \end{cases} \tag{7}$$

Reținînd numai termenii liniari din relațiile (7), prin anularea expresiilor corespunzătoare se obține următorul sistem algebric :

$$\frac{\partial r_1}{\partial p}\Delta p + \frac{\partial r_1}{\partial q}\Delta q = -r_1(p, q), \qquad \frac{\partial r_0}{\partial p}\Delta p + \frac{\partial r_0}{\partial q}\Delta q = -r_0(p, q), \tag{8}$$

care furnizează corecțiile (Δp și Δq).

Deci, pornind de la o pereche de valori numerice p și q admise inițial în (2), se poate calcula cuplul Δp, Δq din (8), care introduse în (6) furnizează valorile p_1, q_1, mai apropiate de cele căutate. Calculele continuă pînă cînd diferența dintre două perechi de valori p, q, calculate succesiv, va fi suficient de mică.

3. Subprogramul PORAB

Avînd la bază metoda Bairstow descrisă mai sus, în biblioteca matematică a calculatorului FELIX C-256 există catalogat subprogramul PORAB [2].

Pornind de la o pereche de valori inițiale $p = 0$ și $q = 0$, printr-un proces iterativ de calcul, se îmbunătățesc, de la un ciclu la altul, valorile inițial alese, astfel încît într-un ciclu oarecare $i + 1$ se calculează noile valori p, q cu relațiile :

$$p^{(i+1)} = p^{(i)} + (\Delta p)^{(i)}, \qquad q^{(i+1)} = q^{(i)} + (\Delta q)^{(i)}, \tag{9}$$

în care $(\Delta p)^{(i)}$ și $(\Delta q)^{(i)}$ sînt soluțiile sistemului (8), avînd coeficienții numerici calculați în ciclul i. Aceștia depind atît de coeficienții polinomului dat inițial, cît și de $p^{(i)}$ și $q^{(i)}$. Dacă într-un ciclu oarecare (i) se constată că sistemul (8) este nedeterminat, atunci se vor atribui valorile $p = 1$, $q = 0$ cu care se vor continua iterațiile. Se va trece la următoarea iterație numai dacă nu este îndeplinită condiția :

$$\frac{|(\Delta p)^{(i)}| + |(\Delta q)^{(i)}|}{|p^{(i+1)}| + |q^{(i+1)}|} < 10^{-3}. \tag{10}$$

Numărul de iterații se limitează la 100. Dacă s-a obținut perechea de valori p, q căutată, se calculează perechea de rădăcini corespunzătoare trinomului.

Se scade cu două unități gradul polinomului inițial și calculele se repetă în același mod pînă la soluționarea completă a ecuației inițiale.

Prima instrucțiune a subprogramului PORAB este de forma:

(11) SUBROUTINE PORAB (COF; M; X; Y, KOD),

în care: M — gradul polinomului de rezolvat (precizat în instrucțiunea CALL), COF — tabelul coeficienților polinomului, ordonați după puterile descrescătoare ale variabilei (are dimensiunea $M+1$ și este precizat în instrucțiunea CALL), X, Y — tabelele părților reale, respectiv imaginare ale rădăcinilor polinomului (au dimensiunea M și sînt furnizate de subprogram), KOD — codul de eroare a cărui valoare se precizează în subprogram și anume: 0 — cînd se obțin corect toate soluțiile ecuației polinomiale, 1 — cînd nu se pot obține corect toate soluțiile ecuației, 2 — cînd gradul polinomului este mai mic ca $M(\mid \mathrm{COF}\,(1)\mid \leqslant 10^{-6})$, 3 — cînd gradul polinomului este mai mare decît 40.

Deci valoarea care se atribuie variabilei KOD în subprogram informează utilizatorul asupra corectitudinii soluțiilor obținute. Acestea sînt corecte numai pentru KOD = 0.

Din cele de mai sus rezultă că posibilitățile de calcul ar putea fi extinse prin următoarele procedee: a) schimbarea valorilor inițiale, b) micșorarea preciziei (creșterea constantei din (10)), c) creșterea numărului de iterații la peste 100.

Avînd în vedere că nici unul din parametrii sus amintiți nu figurează printre parametrii fictivi ai subprogramului (11), rezultă că aceste mijloace nu stau la dispoziția directă a utilizatorului. În plus, trebuie ținut seama și de faptul că procesul de calcul poate fi divergent sau slab convergent pentru ecuația dată, dacă se pornește cu valorile inițiale din subprogram. Această situație poate fi mult ameliorată prin schimbarea coeficienților polinomului.

4. Posibilități de extindere a cazurilor calculabile

Se propune o ameliorare a folosirii subprogramelor de calcul a ecuațiilor polinomiale, prin folosirea schimbărilor de variabilă în polinomul inițial dat, în cazurile în care soluționarea nu este posibilă prin simpla apelare a subprogramelor amintite (KOD = 1). Această posibilitate rezultă din faptul că în calculele numerice necesare găsirii rădăcinilor se folosesc coeficienții polinomului care se vor modifica la orice schimbare de variabilă. Deci, dacă pentru polinomul dat inițial se obține KOD = 1, se va trece la calculul rădăcinilor unui alt polinom, rezultat din primul după ce s-a efectuat în acesta o schimbare de variabilă, de care se va ține seama la calculul final al soluțiilor. Este posibilă, în principiu, orice schimbare de variabilă. În cele ce urmează se propune schimbarea semnului sau folosirea inversei cu sau fără schimbare de semn. Pentru oricare din aceste schimbări de variabilă coeficienții noului polinom se calculează foarte simplu.

4.1. Schimbarea semnului variabilei x

Se recurge la schimbarea de variabilă

(12) $$x = -y.$$

Ecuația polinomială (1), dată inițial, devine în acest caz:

(13) $$P(y) = b_n y^n + b_{n-1} y^{n-1} + \ldots + b_j y^j + \ldots + b_1 y + b_0 = 0,$$

în care

(14) $$b_j = \begin{cases} a_j \text{ pentru } j \text{ par}, \\ -a_j \text{ pentru } j \text{ impar}. \end{cases}$$

4.2. Inversarea variabilei x

Se efectuează inversarea variabilei

$$x = \frac{1}{y}. \tag{15}$$

Ecuația polinomială (1) devine în această situație:

$$P(y) = c_n y^n + c_{n-1} y^{n-1} + \ldots + c_j y^j + \ldots + c_1 y + c_0 = 0, \tag{16}$$

în care

$$c_j = a_{n-j}. \tag{17}$$

4.3. Inversarea variabilei x cu schimbare de semn

Dacă se face substituția

$$x = -\frac{1}{y} \tag{18}$$

ecuația polinomială (1) devine:

$$P(y) = d_n y^n + d_{n-1} y^{n-1} + \ldots + d_j y^j + \ldots + d_1 y + d_0 = 0, \tag{19}$$

în care

$$d_j = \begin{cases} c_j \text{ pentru } j \text{ par}, \\ -c_j \text{ pentru } j \text{ impar}. \end{cases} \tag{20}$$

Se observă că schimbările de variabilă propuse conduc la algoritmi extremi de simpli pentru calcularea vectorului COF din (11).

5. Organigrama subprogramului întocmit pentru extinderea posibilităților de calcul ale subprogramului PORAB

Organigrama este prezentată în fig. 1. Utilizatorul trebuie să furnizeze gradul și coeficienții polinomului (M, respectiv COF).

Deoarece subprogramul PORAB distruge vectorul COF, valorile sale inițiale se păstrează în vectorul CF de dimensiune $M + 1$.

Pentru reducerea cazurilor în care KOD $= 2$, cînd $0 < |\text{COF}(1)| \leqslant 10^{-6}$ se va amplifica întreaga ecuație polinomială cu coeficientul:

$$T = \frac{10^{-5}}{\text{COF}(1)}, \tag{21}$$

care are drept efect că primul coeficient devine 10^{-5}. Amplificarea este posibilă numai cînd produsul dintre T și maximul coeficienților polinomului nu depășește 10^7. Testarea se efectuează prin intermediul logaritmării.

În continuare, conform algoritmului descris în § **4**, se folosește un contor K cu următoarele poziții:

$K = 0$ — se determină soluțiile polinomului inițial (1), apelînd subprogramul PORAB și se tipăresc soluțiile.

$K = 1$ — se face schimbarea de variabilă (12), se rezolvă noul polinom (13) cu ajutorul subprogramului **PORAB**, se revine apoi la soluțiile polinomului inițial care se tipăresc.

$K = 2$ — se procedează analog, în cazul schimbării de variabilă (15).

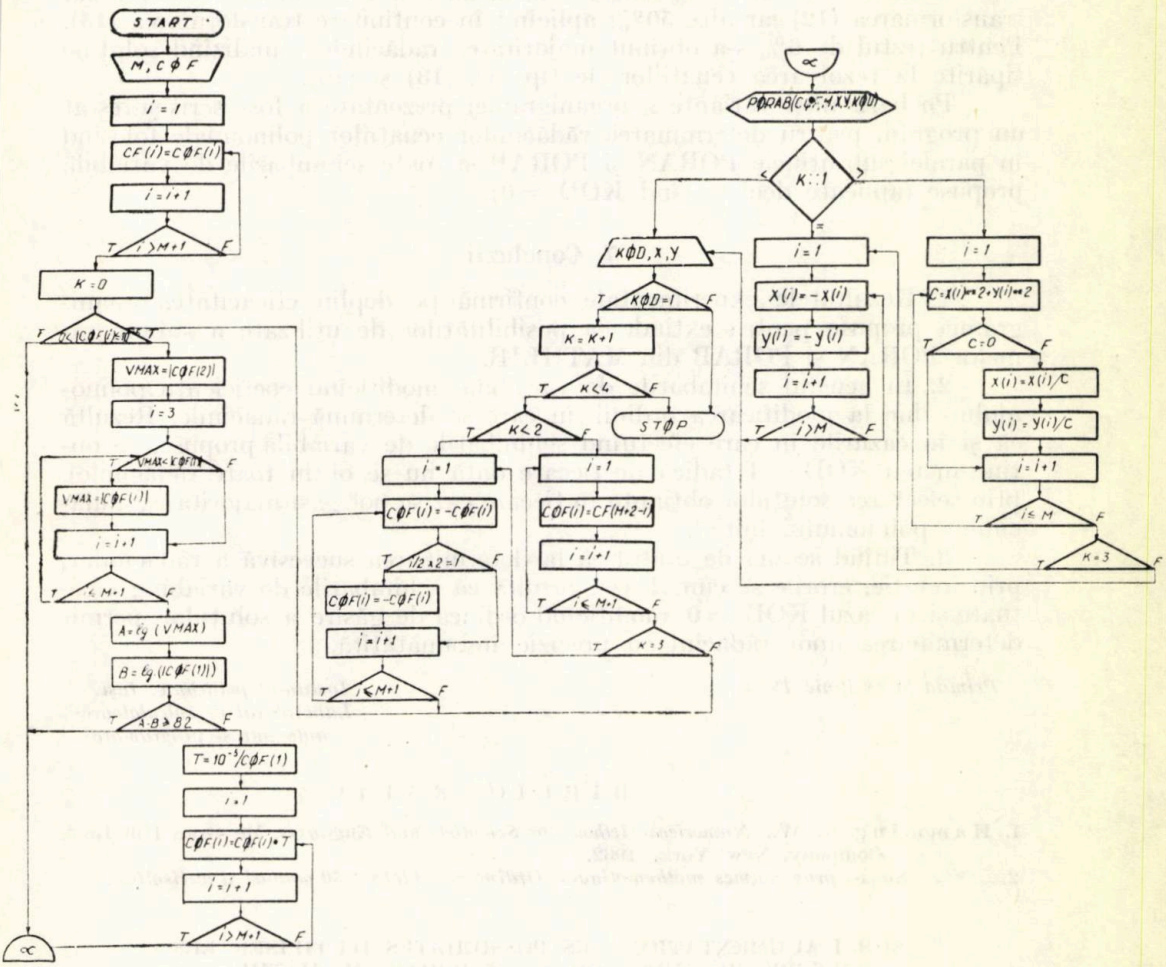


Fig. 1

$K = 3$ — se efectuează în cazul schimbării de variabilă (18) care constă în aplicarea succesivă a transformărilor (15) și (12), deci se trece succesiv prin ramurile $K = 2$ și $K = 1$.

$K = 4$ — calculele se opresc.

Trecerea de la o valoare K la valoarea $K + 1$ se face numai dacă în faza precedentă nu s-au obținut corect rădăcinile polinomului (KOD = 1).

6. Rezultate experimentale

Pe baza organigramei prezentate a fost scris un subprogram care a fost testat la determinarea rădăcinilor unui număr de cîteva mii de ecuații polinomiale din care 11,3% nu au putut fi soluționate prin simpla apelare a subrutiniei PORAB. 44% dintre acestea au fost rezolvate corect aplicînd transformarea (12) iar alte 50%, aplicînd în continuare transformarea (15). Pentru restul de 6% s-a obținut majoritatea rădăcinilor, analizînd soluțiile tipărite la rezolvarea ecuațiilor de tip (1), (13) și (16).

Pe baza unei variante a organigramei prezentate a fost scris și testat un program pentru determinarea rădăcinilor ecuațiilor polinomiale folosind în paralel subrutinele PORAN și PORAB și toate schimbările de variabilă propuse (aplicate deci și cînd KOD $= 0$).

7. Concluzii

1. Rezultatele experimentale confirmă pe deplin eficacitatea organigramei propuse pentru extinderea posibilităților de utilizare a subprogramelor PORAN și PORAB din MATHLIB.

2. În general schimbările de variabilă, modificînd coeficienții polinomului, duc la modificarea ordinii în care se determină rădăcinile. Rezultă că și în cazurile în care efectuînd schimbările de variabilă propuse, se obține mereu KOD $= 1$ (adică de fiecare dată nu se obțin toate rădăcinile), prin selectarea soluțiilor obținute în fiecare caz se pot găsi majoritatea rădăcinilor polinomului inițial.

3. Ținînd seama de faptul că la determinarea succesivă a rădăcinilor, prin iterație, erorile se cumulează, rezultă că schimbările de variabilă, efectuate și în cazul KOD $= 0$, modificînd ordinea de găsire a soluțiilor, permit determinarea unor rădăcini cu precizie îmbunătățită.

Primită la 28 iunie 1974

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de calculatoare automate și programare

BIBLIOGRAFIE

1. Hamming R. W., *Numerical Methods for Scientists and Engineers.* Mc Graw-Hill Book Company, New York, 1962.
2. * * * *Sous—programmes mathématiques. Ordinateur IRIS—50,manuel d'utilisation.*

SUR L'AUGMENTATION DES POSSIBILITÉS D'UTILISER LES SOUS-PROGRAMMES PORAN ET PORAB DE MATHLIB

(Résumé)

Afin d'augmenter les possibilités de travail des sous-programmes PORAN et PORAB de la bibliothèque mathématique de l'ordinateur FELIX C-256, on propose l'utilisation de certaines changements de variables simples qui, en modifiant l'ordre de détermination des solutions, assurent une importante augmentation du nombre d'équations polynomielles correctement solutionnées et l'amélioration de la précision de calcul des racines. L'ordinogramme présentée permet aussi la réduction des situations dont, en appelant seulement les sous-programmes mentionés, on obtient KOD $= 2$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 1–2, 1974
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

C.D.512.9

MÉTHODE DE SYNTHÈSE DES SYSTÈMES SÉQUENTIELS EN UTILISANT BASCULES $J-K$

PAR

AL. VALACHI et LAURENȚIU TURIC

1. Introduction

La synthèse des systèmes séquentiels consiste dans la matérialisation des expressions suivantes :

$$Y_{i,N+1} = F_i(x_{i,N}\,;\,\ldots\,;\,x_{p,N}\,;\,y_{1,N}\,;\,\ldots\,;\,y_{k,N}),\quad (i=1,\ 2\ ,\ldots,\ k), \tag{1.1}$$

$$Z_{j,N} = \Phi_j\,(x_{1,N}\,;\,\ldots\,;\,x_{p,N}\,;\,y_{1,N}\,;\,\ldots\,;\,y_{k,N})\,,\quad (j=1,\ 2\ ,\ldots,\ m). \tag{1.2}$$

On a désigné par $Y_{i,N}$ la valeur de la variabile interne y_i au temps $(N\Delta t)$ et par $Z_{j,N}$ la variabile de sortie au même temps. Souvent les équations précédentes sont présentées comme la matrice d'excitation (1.1) et la matrice de sortie (1.2). Le système séquentiel correspondant aux équations (1) doit posséder k circuits de mémoire pour les variables internes.

Soit a synthétiser un système avec bascules $J-K$ comme circuits de mémoire. (On a désigné par K, J les variables d'entrée dans le circuit de mémoire considéré).

Les équations de k bascules $J-K$ sont :

$$Y_{i,N+1} = f(Y_{i,N}\,;\,J_{i,N}\,;\,K_{i,N}),\qquad (i=1,\ 2\ ,\ldots,\ k). \tag{2}$$

Le problème fondamental de la synthèse consiste dans l'identification des équations (1) et (2) et dans la détermination des expressions :

$$\begin{cases} J_{i,N} = \varphi_i\,(x_{1,N}\,;\,\ldots\,;\,x_{p,N}\,;\,y_{1,N}\,;\,\ldots\,;\,y_{k,N}), \\ K_{i,N} = \psi_i\,(x_{1,N}\,;\,\ldots\,;\,x_{p,N}\,;\,y_{1,N}\,;\,\ldots\,;\,y_{k,N}). \end{cases} \tag{3}$$

Dans le travail [1], le problème de la synthèse est étudié à l'aide des tables de transition pour les bascules T en déterminant les tables de vérité correspondantes aux équations (3) par calcul. Une extension de la méthode des tables de transition est établie dans [2]. Dans le même travail est présentée une méthode générale de synthèse en utilisant des circuits de mémoire quelquonques.

2. La méthode de synthèse proposée

En utilisant des bascules $J-K$, réalisées généralement intégrées, on peut déduire un algorithme simple. L'équation (2) du bascule $J-K$ a la forme (4) qui est aisément déduite de la table de vérité [1] :

$$Y_i = J_i \bar{y}_i + \bar{K}_i y_i . \tag{4}$$

On a désigné par Y_i la variable interne y_i au temps $(N+1)\Delta t$ et par y_i, la même variable au temps $(N\Delta t)$.

En utilisant la forme générale d'une fonction logique de plusieurs variables [3] on peut écrire l'équation (1.1) sous la forme :

$$F_i(x_1,\ldots,x_p,y_1,\ldots,y_k) = \sum_{a_1,\ldots,a_{p+k}} x_1^{a_1}\ldots x_p^{a_p}\, y_1^{a_{p+1}}\ldots y_k^{a_{p+k}}\, F_i(a_1,\ldots,a_{p+k}), \tag{5}$$

où a_j est une variable binaire. On va faire la convention suivante :

$$x_i^1 = x_i\,, \quad x_i^0 = \bar{x}_i, \text{ variable } x_i \text{ complémentée.} \tag{6}$$

L'operation $\sum$ dans la relation (5) c'est l'addition logique et est effectuée pour toutes les combinaisons des valeurs $a_1,\ldots,a_{p+k}$, le nombre de termes en étant 2^{p+k}. En utilisant la même expression (5) on peut écrire :

$$\begin{cases} J_i = \sum x_1^{a_1}\ldots x_1^{a_p}\, y_k^{a_{p+1}}\ldots y_k^{a_{p+k}}\ \varphi_i(a_1,\ldots,a_{p+k}), \\ \bar{K}_i = \sum x_1^{a_1}\ldots x_p^{a_p}\, y_1^{a_{p+1}}\ldots y_k^{a_{p+k}}\ \psi_i(a_1,\ldots,a_{p+k}). \end{cases} \tag{7}$$

Si l'on introduit les relations (5) et (7) dans (4) on obtient :

$$\begin{aligned} &\sum x_1^{a_1}\ldots x_p^{a_p}\, y_1^{a_{p+1}}\ldots y_i^{a_{p+i}}\ldots y_k^{a_{p+k}}\, F_i(a_1,\ldots,a_{p+k}) = \\ &= \bar{y}_i \sum x_1^{a_1}\ldots x_1^{a_p}\, y_1^{a_{p+1}}\ldots y_i^{a_{p+i}}\ldots y_k^{a_{p+k}}\, \varphi_i(a_1,\ldots,a_{p+k}) + \\ &+ y_i \sum x_1^{a_1}\ldots x_p^{a_p}\, y_1^{a_{p+1}}\ldots y_i^{a_{p+i}}\ldots y_k^{a_{p+k}}\, \psi_i(a_1,\ldots,a_{p+k}). \end{aligned} \tag{8}$$

Dans (8) on peut considérer deux situations distinctes :

1°. $a_{p+i} = 1$, qui implique $\varphi_i(a_1,\ldots,a_{p+i-1},1,a_{p+i+1},\ldots,a_{p+k}) = \Phi$ (valeur indifférente) et $\psi_i(a_1,\ldots,a_p,\ldots,a_{p+i-1},1,a_{p+i+1},\ldots) = F_i(a_1,\ldots,a_{p+i-1},1,a_{p+i+1},\ldots,a_{p+k})$.

2°. $a_{p+i} = 0$, qui implique $\varphi_i(a_1,\ldots,a_{p+i-1},0,a_{p+i+1},\ldots) = F_i(a_1,\ldots,a_{p+i-1},0,a_{p+i+1},\ldots)$ et $\psi_i(a_1,\ldots,a_{p+i-1},0,a_{p+i+1},\ldots) = \Phi$.

Les dernières relations permettent la construction des tables de vérité pour J_i, K_i. Les valeurs de la fonction J_i sont égales a ceux de la fonction F_i quand $y_i = 0$ et indifférentes pour $y_i = 1$. Les valeurs de K_i sont complémentaires aux celles de la fonction F_i quand $y_i = 1$ et indifférentes pour $y_i = 0$. Les valeurs de la fonction F_i sont prélevées de la table d'excitation.

3. Exemple

Synthèse d'un compteur décimal

La matrice d'excitation est représentée dans le tableau 1. H est la variable d'entrée

Tableau 1

y_4	y_3	y_2	y_1	$H=0$	$H=1$
0	0	0	0	0 0 0 0	0 0 0 1
0	0	0	1	0 0 0 1	0 0 1 0
0	0	1	0	0 0 1 0	0 0 1 1
0	0	1	1	0 0 1 1	0 1 0 0
0	1	0	0	0 1 0 0	0 1 0 1
0	1	0	1	0 1 0 1	0 1 1 0
0	1	1	0	0 1 1 0	0 1 1 1
0	1	1	1	0 1 1 1	1 0 0 0
1	0	0	0	1 0 0 0	1 0 0 1
1	0	0	1	1 0 0 1	0 0 0 0

En utilisant l'algorithme déduit ci-dessus on peut établir les tables de vérité de J_i, K_i, ($i = 1, 2, 3, 4$). On va utiliser le signe „—" pour la valeur indifférente.

Tableau 2

y_4	y_3	y_2	y_1	J_1		K_1		J_2		K_2		J_3		K_3		J_4		K_4	
				$H=0$	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	0	0	0	0	1	—	—	0	0	—	—	0	0	—	—	0	0	—	—
0	0	0	1	—	—	0	1	0	1	—	—	0	0	—	—	0	0	—	—
0	0	1	0	0	1	—	—	—	—	0	0	0	0	—	—	0	0	—	—
0	0	1	1	—	—	0	1	—	—	0	1	0	1	—	—	0	0	—	—
0	1	0	0	0	1	—	—	0	0	—	—	—	—	0	0	0	0	—	—
0	1	0	1	—	—	0	1	0	1	—	—	—	—	0	0	0	0	—	—
0	1	1	0	0	1	—	—	—	—	0	0	—	—	0	0	0	0	—	—
0	1	1	1	—	—	0	1	—	—	0	1	—	—	0	1	0	1	—	—
1	0	0	0	0	1	—	—	0	0	—	—	0	0	—	—	—	—	0	0
1	0	0	1	—	—	0	1	0	0	—	—	0	0	—	—	—	—	0	1

On peut admettre $J_i = K_i$, ($i = 1, 2, 3$), et en utilisant les tables V e i t c h - K a r n a u g h on déduit :

$$J_1 = K_1 = H, \quad J_2 = K_2 = Hy_1\bar{y}_4, \quad J_3 = K_3 = Hy_1y_2, \quad J_4 = Hy_1y_2y_3, \quad K_4 = Hy_1.$$

4. Conclusions

1. On propose une méthode de synthèse simple des systèmes séquentiels en utilisant des bascules $J-K$.

2. Bien que le problème de la synthèse des systèmes séquentiels est résolu dans la littérature de spécialité, la méthode proposée, qui utilise des bascules $J-K$, est très utile en tenant compte du poids de ces circuits de mémorisation parmi les circuits intégrés.

Reçue le 21 décembre 1973

Institut Polytechnique, Jassy,
Laboratoire de calculatrices automatiques
et de programmation

BIBLIOGRAPHIE

1. Perrin J. P., Denouette M., Daclin E., *Systèmes logiques.* T. I, Dunod, Paris, 1967.
2. Florine J., *Automatisme à séquences et commandes numérique.* Dunod, Paris, 1969.
3. Дроздов Е. А., Кочарный В. А., Пятибратов А. П., *Электронные вычислительные машины.* Воэниздат, М., 1968.

METODĂ DE SINTEZĂ A SISTEMELOR SECVENȚIALE UTILIZÎND BISTABILE DE TIPUL $J-K$

(Rezumat)

Se stabilește o metodă de sinteză simplă a sistemelor secvențiale în care circuitele de memorie sînt bistabile de tipul $J-K$.

Plecînd de la matricea de excitație a sistemului se deduc imediat tabelele de adevăr pentru intrările în bistabilele $J-K$ (J_i, K_i).

Metoda este exemplificată prin sinteza unui numărător zecimal.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 1–2, 1974
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

C. Z. 621.3.014.8; 621.317.373

ASUPRA DETECTĂRII REZONANȚEI DE TENSIUNI ÎNTR-UN CIRCUIT DE MĂSURARE UTILIZÎND UN INDICATOR SENSIBIL LA FAZĂ

DE

D. BĂRBULESCU și ADRIAN CREȚU

1. Unele dezavantaje ale detectării rezonanței cu ajutorul indicatoarelor de maxim

Metodele de măsurare a parametrilor bobinelor și condensatoarelor care au la bază fenomenul rezonanței de tensiuni sînt bine cunoscute [1], [2]. Q-metrele, spre exemplu, sînt aparate foarte răspîndite care, funcționînd pe acest principiu, permit măsurarea factorului de calitate și determinarea parametrilor bobinelor și condensatoarelor la frecvențe relativ ridicate.

În principiu, metodele de rezonanță (fig. 1) utilizează un circuit de măsurare constituit dintr-un condensator C și o bobină L, R, o sursă de alimentare E, ω, cuplată cu circuitul de măsurare prin diverse procedee, și un aparat indicator al regimului de rezonanță.

Metodele clasice se caracterizează pe de o parte prin faptul că necesită un element de cuplaj (magnetic sau electric), avînd rolul de a reduce influența parametrilor R, L ai sursei E asupra circuitului rezonant R, L, C, iar pe de alta, prin aceea că momentul producerii rezonanței se detectează prin aprecierea trecerii prin valoarea maximă a modulului unui semnal, anume a tensiunii la bornele condensatorului sau a curentului din circuitul rezonant, utilizîndu-se în acest scop, ca aparat indicator de maxim, un voltmetru electronic (VE) sau un miliampermetru termoelectric.

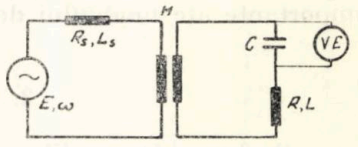


Fig. 1

Metodele clasice prezintă dezavantajul că nu pot fi utilizate pentru măsurarea elementelor de circuit cu factor de calitate redus deoarece erorile de măsurare cresc pe măsura scăderii acestuia. Erorile se datoresc faptului că odată cu scăderea factorului de calitate se micșorează acuitatea circuitului astfel încît, la variații relativ importante ale parametrului reglabil (C, L, f), care servește la realizarea acordului, corespund variații relativ reduse (uneori insesizabile) ale modulului semnalului de ieșire (curentul din circuit sau tensiunea la bornele condensatorului).

În plus, în cazul cînd drept aparat indicator se utilizează un voltmetru electronic (caz frecvent), momentul trecerii prin valoarea maximă a tensiunii indicate de acesta nu coincide cu regimul de rezonanță a circuitului, eroarea fiind cu atît mai mare cu cît factorul de calitate al acestuia este mai mic [3]. Utilizarea ca aparat indicator a unui miliampermetru termoelectric, teoretic, permite determinarea corectă a momentului de realizare a rezonanței dar prezintă dezavantajul că introducerea sa în circuit are drept efect micșorarea factorului de calitate, însoțită de consecințele negative menționate. Un alt inconvenient al indicatorului termoelectric îl constituie sensibilitatea ridicată a acestuia la suprasarcini.

2. Utilizarea unui aparat sensibil la fază ca indicator al regimului de rezonanță

În scopul înlăturării dezavantajelor menționate, care apar la detectarea regimului de rezonanță, în locul unui aparat indicator de maxim se propune, în cele ce urmează, utilizarea unui aparat sensibil la fază, prevăzut cu indicator de nul.

Se știe că la rezonanța tensiunilor unghiul de defazaj φ dintre tensiunea $\underline{U}$ la bornele circuitului rezonant și curentul $\underline{I}$ din acest circuit este totdeauna nul, independent de valoarea factorului de calitate Q al circuitului și de natura parametrului cu care se obține acordul. În cazul particular al unui circuit rezonant în care acordul se realizează prin reglarea unui condensator variabil C defazajul este dat de relația :

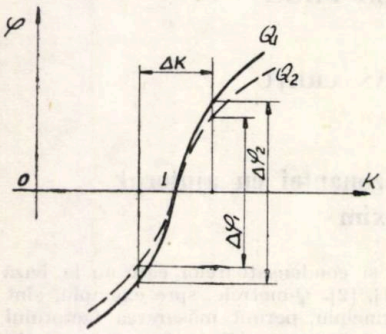


Fig. 2

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(1 - \frac{1}{k}\right) Q, \tag{1}$$

unde $k = C/C_0$ reprezintă raportul dintre capacitatea C a condensatorului variabil și valoarea C_0 a capacității aceluiași condensator în momentul rezonanței. Curbele $\varphi = f(k)$, pentru diferite valori ale factorului de calitate Q_i, $(i = 1, 2, ..., n)$, sînt reprezentate în fig. 2.

Din relația (1) precum și din curbele reprezentate în fig. 2 rezultă că la rezonanță, cînd $k = 1$, respectiv $C = C_0$, $\varphi = 0$. Pentru abateri Δk relativ mici ale raportului k de la valoarea egală cu unitatea, respectiv ale capacității C de la valoarea C_0, corespund abateri $\Delta\varphi_i$, $(i = 1, 2, \ldots, n)$, importante ale unghiului de defazaj φ de la valoarea zero.

3. Schema de măsurare

Pe baza observațiilor menționate mai sus se propune detectarea regimului de rezonanță cu ajutorul unui aparat sensibil la fază (*ASF*) conectat în circuit după cum se indică în fig. 3.

Circuitul de măsurare, constituit din bobina liniară L, R și condensatorul variabil C, este alimentat prin intermediul inductorului mutual M, de la o sursă de tensiune electromotoare sinusoidală $\underline{E}$, de pulsație ω, riguros constantă. Pentru detectarea momentului producerii rezonanței se utilizează un aparat sensibil la fază de tipul celui descris în [4]. *ASF* are două intrări : la una se aplică tensiunea de comandă $\underline{U}_c$ iar la cealaltă tensiunea de măsură $\underline{U}_m$. Intrarea corespunzătoare tensiunii de comandă este cuplată cu circuitul de măsurare prin intermediul inductorului M, al cărui secundar furnizează *ASF* o tensiune electromotoare $\underline{E}_2$ în cuadratură cu curentul $\underline{I}_1$ din circuitul de măsurare, deoarece capacitatea condensatorului C_2 este calculată astfel încît să compenseze efectul inductivi-

tății L_2 a secundarului inductorului mutual[1]). La intrarea de măsură a *ASF*, conectată în serie cu galvanometrul G, cu rol de indicator de nul, și rezistența limitatoare R_m, de mare valoare[2]), se aplică tensiunea $\underline{U}_m$, în fază cu tensiunea $\underline{U}$ la bornele circuitului rezonant.

Dacă se notează cu ψ unghiul de defazaj dintre tensiunea de comandă $\underline{U}_c$ și cea de măsură $\underline{U}_m$, atunci deviația α a galvanometrului G se exprimă prin relația [4]

$$(2) \qquad \alpha = S_I \frac{1}{2lkf} \cdot \frac{U}{R_m} \cos \psi,$$

în care s-a notat: S_I — sensibilitatea la curent a galvanometrului

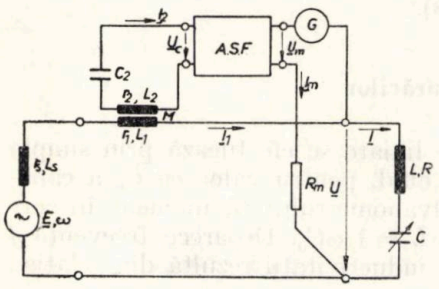


Fig. 3

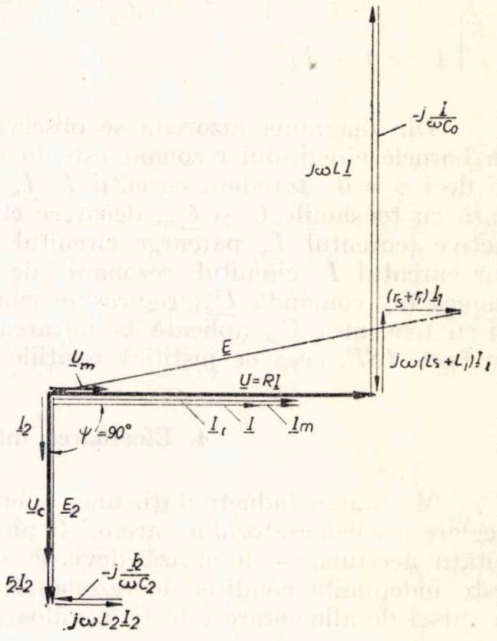


Fig. 4

și k_f — factorul de formă al curentului sinusoidal ($k_f = 1{,}11$).

Aducerea circuitului R, L, C la rezonanță se efectuează prin variația capacității C sau a inductivității L, la frecvență constantă, și are loc în momentul în care curentul $\underline{I}$, respectiv $\underline{I}_1$, este în fază cu tensiunea $\underline{U}$, moment în care

$$(3) \qquad \varphi = (\widehat{\underline{U}, \underline{I}}) = 0, \quad \psi = (\widehat{\underline{U}_m, \underline{U}_c}) = 90° \text{ și } \alpha = 0.$$

Mărimile care interesează (defazaje, tensiuni, curenți) pot fi urmărite pe diagrama fazorială din fig. 4, trasată pentru cazul cînd în circuitul R, L, C din fig. 3 are loc rezonanța de tensiuni. Diagrama a fost trasată pe baza ecuațiilor:

---

[1]) Impedanța *ASF* la intrarea de comandă este pur activă și de valoare foarte mare.

[2]) Impedanța *ASF* la intrarea de măsură este pur activă și neglijabilă în raport cu rezistența R_m.

$$(4)\quad \begin{cases} \underline{E} = (r_s + r_1)\underline{I}_1 + j\omega(L_s + L_1)\,\underline{I}_1 + \underline{U}, \text{ cu } \underline{U} = R\underline{I} + j\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C_0}\right)\underline{I}, \\ \underline{E}_2 = r_2\underline{I}_2 + j\left(\omega L_2 - \dfrac{1}{\omega C_2}\right)\underline{I}_2 + \underline{U}_c = -j\omega M I_1, \\ \underline{I}_1 = \underline{I} + \underline{I}_m . \end{cases}$$

Din diagrama fazorială se observă că, la rezonanță, tensiunea $\underline{U}$ de la bornele circuitului rezonant este în fază cu curentul $\underline{I}$ din acest circuit și deci $\varphi = 0$; totodată curenții $\underline{I}$, $\underline{I}_m$ și $\underline{I}_1 = \underline{I} + \underline{I}_m$ sînt simfazici și în fază cu tensiunile $\underline{U}$ și $\underline{U}_m$, deoarece curenții $\underline{I}$ și $\underline{I}_m$ parcurg circuite pur active (curentul $\underline{I}_m$ parcurge circuitul de rezistență practic egală cu R_m, iar curentul $\underline{I}$ circuitul rezonant de rezistență R). Ca urmare, tensiunea de comandă $\underline{U}_c$, riguros în cuadratură cu $\underline{I}_1$, va fi în cuadratură și cu tensiunea $\underline{U}_m$ aplicată la intrarea de măsurare a aparatului sensibil la fază *ASF*, ceea ce justifică relațiile (3).

4. Efectuarea măsurărilor

Măsurarea inductivității unei bobine liniare se efectuează prin simpla reglare a condensatorului variabil C pînă cînd, pentru valoarea C_0 a capacității acestuia, se anulează deviația galvanometrului G, moment în care este îndeplinită condiția de rezonanță, $\omega L = 1/\omega C_0$. Deoarece frecvența f a sursei de alimentare este fixă, valoarea inductivității rezultă din relația:

$$(5)\qquad L = k/C_0,$$

în care $k = 1/(2\pi f)^2$.

Măsurarea capacităților se poate efectua după același procedeu utilizînd o inductivitate variabilă (cutie de inductivități) sau prin metoda cunoscută a substituției. Aceasta din urmă prezintă avantajul că necesită o inductivitate fixă, de valoare convenabilă și care nu trebuie neapărat cunoscută cu precizie; în schimb, pentru determinarea capacității necunoscute sînt necesare două încercări: mai întîi se introduce în serie cu bobina un condensator variabil etalonat și se realizează condiția de rezonanță ($\varphi = 0$, $\alpha = 0$) pentru o valoare C_0 a capacității acestuia și, apoi, se cuplează capacitatea necunoscută C în paralel sau în serie cu cea etalon (după cum capacitatea necunoscută este mai mică sau mai mare decît valoarea maximă a etalonului), după care se aduce din nou circuitul la rezonanță pentru o altă valoare C_0' a capacității variabile. Valoarea capacității necunoscute se determină cu relațiile corespunzătoare:

$$C = C_0 - C_0' \text{ — la conectarea în paralel și}$$

$$C = \frac{C_0' C_0}{C_0' - C_0} \text{ — la conectarea în serie.}$$

5. Avantaje și dezavantaje ale procedeului propus

În comparație cu procedeul clasic de detectare a rezonanței procedeul descris mai sus prezintă următoarele avantaje :

a) Asigură o precizie de măsurare superioară celei realizate cu procedeul clasic, comparabilă cu aceea a metodelor de nul, deoarece utilizează ca detector al stării de rezonanță un galvanometru magnetoelectric, aparat de mare sensibilitate care îndeplinește funcția de indicator de nul.

b) Permite determinarea inductivității bobinelor cu factor de calitate scăzut precum și măsurări de inductivități și capacități la frecvențe joase.

c) Elimină circuitul de cuplaj dintre sursa de alimentare și circuitul rezonant (necesar la metodele clasice pentru reducerea influenței exercitată de parametrii sursei asupra condiției de rezonanță), deoarece unghiul de defazaj dintre tensiunile aplicate la cele două intrări ale *ASF* este funcție numai de parametrii R, L, C ai circuitului rezonant și nu depinde nici de parametrii sursei de alimentare și nici de cei ai primarului inductorului mutual care se află situat în amonte în raport cu circuitul rezonant.

d) Nu necesită o sursă de alimentare proprie de frecvență variabilă.

Detectarea rezonanței prin procedeul prezentat în această lucrare implică însă existența sau construcția unui *ASF* care să funcționeze la frecvența sursei de alimentare. Un asemenea aparat poate fi realizat în orice laborator utilizînd numai materiale din țară. *ASF* poate îngloba în construcția sa atît inductorul mutual cît și galvanometrul împreună cu rezistența limitatoare.

6. Concluzii

Analizînd posibilitatea detectării regimului de rezonanță a tensiunilor în circuite R, L, C se ajunge la concluzia că utilizarea, în locul indicatoarelor clasice de valori maxime (voltmetre electronice, miliampermetre termoelectrice), a unor aparate sensibile la fază, dotate cu indicatoare de nul de mare sensibilitate, are drept consecință creșterea preciziei metodelor de măsurare bazate pe rezonanța tensiunilor precum și extinderea gamei de frecvențe a acestora prin cuprinderea în domeniul lor de măsurare și a frecvențelor audio și joase. Procedeul permite, astfel, măsurarea prin metode de rezonanță și a inductivității unor bobine cu factor de calitate redus.

Primită la 6 mai 1974

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de Bazele electrotehnicii
și măsurări electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Thurin J., *Mesures électriques et électroniques.* Ed. Eyrolles, Paris, 1967.
2. Nicolau Edm.., *Măsurări în radiotehnică.* Vol. I și II, Ed. Tehn., Buc., 1955, 1956.
3. Constantinescu St., *Radiotehnica teoretică și practică.* Vol. I, Ed. Militară, Buc., 1959.
4. Crețu Adr., *Asupra unui nou instrument de măsurare sensibil la fază.* Inst. de Metrologie (sub tipar).

SUR LA DÉTECTION DE LA RÉSONANCE DES TENSIONS DANS UN CIRCUIT DE MESURE, EN UTILISANT UN INDICATEUR SENSIBLE À LA PHASE

(Résumé)

On analyse la possibilité d'utiliser des appareils sensibles à la phase pour détecter le régime dans lequel se produit la résonance dans les circuits de mesure dont le fonctionnement est fondé sur le phénomène de la résonance des tensions.

On aboutit à la conclusion que le procédé indiqué présente, comme avantage, une meilleure précision de mesure et permet l'extension du domaine de mesure aussi pour la gamme des fréquences audio et basses, gamme pour la quelle les indicateurs de valeur maxima utilisés, pour détecter la résonance de la manière classique, ne sont pas efficaces.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 1–2, 1974
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTĂMATIZĂRI

C.Z. 621.317.73.025

CIRCUIT REZISTIV CU INDICATOR DIFERENȚIAL TERMOELECTRIC PENTRU MĂSURAREA COMPONENTELOR POLARE ALE IMPEDANȚELOR

DE

M. CREȚU

1. Introducere

După cum este cunoscut se pot obține sensibilități superioare [2] de indicare diferențială a nulului în cazul utilizării indicatoarelor diferențiale termoelectrice. Acestea însă, datorită consumului lor ridicat, sînt utilizate în tehnica măsurătorilor doar drept comparatoare diferențiale de curenți. Folosirea lor în circuitele de măsurare a impedanțelor, unde la echilibru se realizează egalitatea modulilor a două tensiuni, ar duce la creșterea importantă a erorilor de metodă. Plecînd de la aceste considerente, se studiază, în cele ce urmează, un circuit diferențial pentru măsurarea impedanțelor la care echilibrul se realizează prin egalizarea modulilor a doi curenți, fiind relevat de către un indicator diferențial termoelectric.

2. Principiul metodei

Circuitul de măsurare este de fapt un circuit dual [5] al punții G r ü t z m a c h e r și este format (fig. 1) din două rezistoare variabile r și a_1, un rezistor fix a_2 și impedanța $\underline{Z}_x$ de măsurat. Ca și în cazul punții G r ü t z m a c h e r [3] și în acest caz măsurarea se efectuează în două etape. Indicatorul diferențial pentru curenți este constituit din două termocuple identice, cu încălzire indirectă, conectate în opoziție prin intermediul unui galvanometru magnetoelectric.

Pentru determinarea modulului impedanței $\underline{Z}_x$ încălzitoarele termocuplelor T_1 și T_2 ale indicatorului diferențial sînt conectate în serie cu rezistența variabilă r, respectiv cu impedanța de măsurat $\underline{Z}_x$. Se modifică valoarea rezistenței r pînă cînd la „echilibru" modulele curenților $\underline{I}_r$ și și $\underline{I}_z$ sînt egale și deci:

$$Z_x = r. \tag{1}$$

Pentru aflarea argumentului impedanței $\underline{Z}_x$ termocuplele de măsură sînt conectate pentru a indica la „echilibru" egalitatea modulilor curenților

$\underline{I}_r$ și $\underline{I}_1$, modificîndu-se în acest scop rezistența variabilă a_1. Din diagrama fazorială la echilibru se observă că este realizată egalitatea :

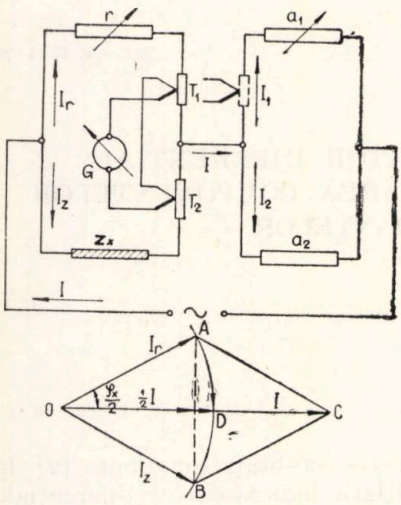


Fig. 1

$$\cos\frac{\varphi_x}{2} = \frac{I}{2I_r};$$

dar cum :

$$\frac{I_1}{I_1} = \frac{I_r}{I} = \frac{a_2}{a_1 + a_2}$$

rezultă :

$$\cos\frac{\varphi_x}{2} = \frac{a_1 + a_2}{2a_2} \tag{2}$$

sau :

$$\varphi_x = 2\arccos\frac{a_1 + a_2}{2a_2}. \tag{3}$$

Dacă este necesară determinarea semnului argumentului impedanței $\underline{Z}_x$ se poate folosi metoda clasică [3] de comparare a curenților $\underline{I}_r$ și $\underline{I}_z$ după prima etapă a măsurării, cînd în serie cu rezistența r, respectiv impedanța $\underline{Z}_x$ s-au introdus condensatoare de capacități identice. Relația de inegalitate dintre curenții $\underline{I}_r$ și $\underline{I}_z$ relevată de sensul deviației galvanometrului indicatorului diferențial, pune în evidență semnul argumentului impedanței $\underline{Z}_x$.

3. Calculul erorilor

Aplicînd principiul clasic de calcul al erorilor care afectează formulele de determinare a modulului (1), respectiv a argumentului (2), în ipoteza neglijării rezistențelor proprii ale încălzitoarelor termocuplelor, se obțin relațiile :

$$\frac{\Delta Z_x}{Z_x} = \frac{\Delta r}{r}, \qquad \frac{\Delta\cos(\varphi_x/2)}{\Delta\cos(\varphi_x/2)} = \frac{a_1}{a_1 + a_2}\left(\frac{\Delta a_1}{a_1} + \frac{\Delta a_2}{a_2}\right),$$

$$\frac{\Delta\varphi_x}{\varphi_x} = \frac{a_1}{\arccos\left[(a_1 + a_2)/2a_2\right]} \cdot \frac{1}{2a_2 \cdot \sqrt{a_1/2a_2 - (a_1/a_2)^2}}\left(\frac{\Delta a_1}{a_1} + \frac{\Delta a_2}{a_2}\right).$$

Notînd cu r_0 valoarea rezistenței unui încălzitor și cu R_x, x componentele activă și reactivă ale impedanței $\underline{Z}_x$, în prima etapă a măsurării, cînd indicatorul diferențial relevă egalitatea modulilor curenților $\underline{I}_r$ și $\underline{I}_z$, se poate scrie egalitatea :

$$r + r_0 = \sqrt{(R_x + r_0)^2 + x^2},$$

de unde se deduce:

$$Z_x = \sqrt{R_x^2 + x^2} = \sqrt{r^2 + 2r_0(r + x)}.$$

Eroarea sistematică relativă referitoare la modul va fi:

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\sqrt{r^2 + 2r_0(r + x)} - r}{r} = \sqrt{1 + 2\frac{r_0}{r}\left(1 + \frac{x}{r}\right)} - 1.$$

Se poate face aproximarea [4]:

$$\sqrt{1 + 2\frac{r_0}{r}\left(1 + \frac{x}{r}\right)} \approx 1 + \frac{r_0}{r}\left(1 + \frac{x}{r}\right),$$

cu

$$\frac{x}{r} = \sin\varphi_x,$$

încît:

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{r_0}{r}(1 + \sin\varphi_x).$$

Se observă că eroarea sistematică referitoare la modul atinge valoarea maximă în cazul măsurării impedanțelor pur reactive ($\varphi_x = 90°$).

În cazul determinării cosinusului, considerînd aceeași valoare pentru rezistența încălzitorului conectat în serie cu rezistența a_1 (fig. 1), dacă aceasta nu este inclusă în valoarea de calcul a rezistenței a_1, cînd determinarea se efectuează fără eroare sistematică, formula (2) devine:

$$\cos\frac{\varphi_x}{2} = \frac{a_1 + a_2 + r_0}{2a_2},$$

care conduce la eroarea relativă:

$$\frac{\Delta\cos(\varphi_x/2)}{\cos(\varphi_x/2)} = \frac{(a_1 + a_2 + r_0)/2a_2 - (a_1 + a_2)/2a_2}{(a_1 + a_2)/2a_2} = \frac{r_0}{a_1 + a_2}.$$

Această eroare se poate micșora dacă în etapa a doua a măsurării se introduce un încălzitor al unui al treilea termocuplu în serie cu rezistența fixă a_2, acest termocuplu nefiind conectat în circuitul galvanometrului. În această situație (fig. 2) se obține:

$$\cos\frac{\varphi_x}{2} = \frac{a_1 + a_2 + 2r_0}{2(a_2 + r_0)},$$

de unde rezultă:

$$\frac{\Delta\cos(\varphi_x/2)}{\cos(\varphi_x/2)} = \frac{r_0}{a_1 + a_2} \cdot \frac{a_2 - a_1}{a_2 + r_0}.$$

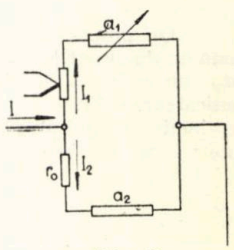


Fig. 2

4. Rezultate experimentale

Utilizînd circuitul de măsurare reprezentat în fig. 1, s-au verificat valorile modulilor și argumentelor a cinci impedanțe cunoscute, constituite din circuite serie *RC*. Ca rezistoare variabile s-au folosit două cutii de tipul L 110 iar ca indicator diferențial un galvanometru magnetoelectric cu constanta 10^{-8} A/div conectat în serie cu două termocuple TH2 (Philips).

Valorile obținute prin măsurare sînt apropiate de valorile nominale, erorile pentru moduli nedepășind în toate cazurile 0,2% iar pentru argumente 0,4%.

5. Concluzii

Față de metoda clasică a lui Grützmacher, cu indicator diferențial pentru tensiuni, circuitul propus și studiat în această lucrare prezintă avantajul unei sensibilități mai mari datorită sensibilității crescute a indicatorului termoelectric și în plus datorită independenței relative de frecvență a indicatorului folosit, se poate utiliza într-o gamă largă de frecvențe.

Primită la 17 mai 1974

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de Bazele electrotehnicii
și măsurări electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Crețu M., *Considerații privind indicarea echilibrului în puntea Grützmacher prin utilizarea unor instrumente de nul de tip diferențial.* Comun. prez. la ses. șt. a Inst. polit. Brașov, decembrie 1968.
2. Crețu M., *Posibilități de determinare indirectă a unor mărimi electrice în regim sinusoidal utilizînd circuite de măsurare cu indicatoare diferențiale de nul.* Teză de doctorat, Inst. polit. Iași, 1970.
3. Grützmacher M., *Un nouveau pont pour la mesure du module et de l'argument d'une impêdance en courant alternatif.* Ann. des Postes et Télécom., *11* (1934).
4. * * *Manualul Inginerului.* Vol. I, Ed. Tehn., Buc., 1965, 21.
5. Săvescu M., *Circuite electrice liniare.* EDP, Buc., 1968, 392–393.

CIRCUIT RÉSISTIF À INDICATEUR DIFFÉRENTIEL THERMOÉLECTRIQUE POUR LA MESURE DES IMPÉDANCES

(Résumé)

On propose un circuit différentiel constitué seulement par des résistors qui a été obtenu en dualisant le pont de Grützmacher. Par opposition à ce pont, dans le circuit proposé on réalise à l'équilibre l'égalité des modules de deux courants, déterminé à l'aide d'un indicateur différentiel thermoélectrique. Par rapport avec le pont de Grützmacher, le circuit proposé présente l'avantage d'une sensibilité supérieure et de l'utilisation pour une game large de fréquences.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 1–2, 1974
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

D. C. 62–501.14

TRANSFER FUNCTIONS ATTACHED TO LINEAR AUTOMATIC SYSTEMS WITH TIME-VARYING PARAMETERS (I)

BY

VALERIU MUNTEANU and N. ALEXANDRU

1. Introduction

In the case of linear automatic systems with time-varying parameters, the transfer function is not so easy to attach as in that of linear automatic systems with constant parameters, as the classical method of using the Laplace transform can not be applied for linear differential equations with variable coefficients. The continuously increasing concerns during the last years of attaching a transfer function to the linear automatic systems with time-varying parameters are due to the fact that once having attached a transfer function to the linear automatic systems with time-varying parameters, the algebra of block diagrams, as well as the other classical methods of analysing and synthesizing the linear automatic systems with constant parameters could be extended to the linear automatic systems with time-varying parameters. Many scientists approached this problem in a general manner as L. Zadeh [4], A. Kirszemblat [8], but more tried to find out transfer functions for particular classes of linear automatic systems with time-varying parameters, e. g. T. V. Adams [1], I. N. Brikker [2], H. Endrass [5], G. Giadrossi [7] a. o.

A new procedure was herein derived for obtaining the poles and residia of a linear automatic system with time-varying coefficients. We managed to determine the poles and residia of such a system, thus generalizing the Heaviside's formula.

2. Calculus of the Poles and Residia of a Linear Automatic System with Constant Parameters

By assuming such a system described by the equation

$$\sum_{j=0}^{n} a_j \frac{\mathrm{d}^j x_e}{\mathrm{d}t^j} = \sum_{k=0}^{m} b_k \frac{\mathrm{d}^k x_i}{\mathrm{d}t^k}, \qquad (n > m), \tag{1}$$

where : x_e — the output quantity, x_i — the input quantity, $a_j, (j = 0, 1, ..., n)$, b_k, $(k = 0, 1, ..., m)$ — constants and if

$$(2)\qquad \begin{cases} \left.\dfrac{d^{\nu}x_e(t)}{dt^{\nu}}\right|_{t=0} = 0, \quad (\nu = 0,\ 1,\ ...,\ n-1), \\ \left.\dfrac{d^{\mu}x_i(t)}{dt^{\mu}}\right|_{t=0} = 0, \quad (\mu = 0,\ 1,\ ...,\ m-1), \end{cases}$$

then, by means of Laplace transform, we can write

$$(3)\qquad X_e(s) = \frac{\sum_{k=0}^{m} b_k s^k}{\sum_{j=0}^{n} a_j s^j} X_i(s),$$

where : $X_e(s)$ — the Laplace transform of the output quantity, $X_i(s)$ — the Laplace transform of the input quantity, s — the complex variable.

For the same conditions (2), by using the operational calculus introduced by Mikusinski [9], one can write

$$(4)\qquad x_e(t) = \frac{\sum_{k=0}^{m} b_k s^k}{\sum_{j=0}^{n} a_j s^j} x_i(t),$$

where s, this time, is the derivation operator introduced by Mikusinski (*op. cit.*).

The eq. (3) can also be written as

$$(5)\qquad X_e(s) = \sum_{k=0}^{n} \frac{A_k}{s - \lambda_k} X_i(s),$$

where : A_k — the residia of the transfer function, λ_k — the poles of the transfer function.

Similarly, the eq. (4) can also be written as

$$(6)\qquad x_e(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{A}{s - \lambda_k} x_i(t).$$

In the eq. (5), s is a complex variable, while in the eq. (6) it is the derivation operator introduced by Mikusinski (*op. cit.*). By analogy A_k and λ_k in the relationship (6) also are called residia and poles respectively.

A new method is herein developed for calculating the poles and residia according to the eq. (6). The method is quite different of those existing in the literature and it should be useful also in the case of linear automatic systems with time-varying coefficients.

To begin with, let us consider an automatic system with constant coefficients described by the equation :

$$\frac{dx_e}{dt} - ax_e = x_i . \tag{7}$$

Assuming zero initial conditions, the output quantity can be computed by using the relationship

$$x(t) = \int_0^t x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t a\,d\theta}\, d\tau. \tag{8}$$

On the other hand, in the operational formalism introduced by M i k u s i n s k i, for zero initial conditions, the eq. (7) can be written as

$$(s - a)x_e(t) = x_i(t) \tag{9}$$

or

$$x_e(t) = \frac{x_i(t)}{s - a} . \tag{10}$$

Comparing the eqs. (10) and (8), we can write

$$\frac{x_i(t)}{s - a} = \int_0^t x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t a\,d\theta}\, d\tau. \tag{11}$$

Considering now a system described by the equation:

$$\frac{d^2x_e}{dt^2} + a_1 \frac{dx_e}{dt} + a_0 x_e = x_i \tag{12}$$

and assuming zero initial conditions, we can write according to the general relationship (6),

$$x_e(t) = \frac{A_1 x_i(t)}{s - \lambda_1} + \frac{A_2 x_i(t)}{s - \lambda_2} , \tag{13}$$

or according to (11)

$$x_e(t) = \int_0^t A_1 x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t \lambda_1 d\theta}\, d\tau + \int_0^t A_2 x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t \lambda_2 d\theta}\, d\tau. \tag{14}$$

Then

$$\frac{dx_e(t)}{dt} = \lambda_1 \int_0^t A_1 x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t \lambda_1 d\theta}\, d\tau + A_1 x_i(t) + \tag{15}$$

$$+ \lambda_2 \int_0^t A_2 x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t \lambda_2 d\theta}\, d\tau + A_2 x_i(t)$$

and

$$\frac{d^2x_e(t)}{dt^2} = \lambda_1^2 \int_0^t A_1 x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t \lambda_1 d\theta}\, d\tau + \lambda_1 A_1 x_i(t) + A_1 \dot{x}_i(t) +$$

$$+ \lambda_2^2 \int_0^t A_2 x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t \lambda_2 d\theta}\, d\tau + \lambda_2 A_2 x_i(t) + A_2 \dot{x}_i(t), \tag{16}$$

where $\dot{x}_i(t)$ is the time derivative of the input quantity. $x_e(t)$, dx_e/dt and d^2x_e/dt^2 from the eqs. (14), (15) and (16) respectively, are then substituted into the eqs. (12); λ_1, λ_2, A_1 and A_2 are determined in order to obtain eq. (12) as an identity thus

$$\frac{d^2x_e}{dt^2} + a_1 \frac{dx_e}{dt} + a_0 x_e = (\lambda_1^2 + a_1\lambda_1 + a_0) \int_0^t A_1 x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t \lambda_1 d\theta}\, d\tau +$$

$$+ (\lambda_2^2 + a_1\lambda_2 + a_0) \int_0^t A_2 x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t \lambda_2 d\theta}\, d\tau + [\lambda_1 A_1 + \lambda_2 A_2 + \tag{17}$$

$$+ a_1(A_1 + A_2)]\, x_i(t) + (A_1 + A_2)\dot{x}_i(t) \equiv x_i(t).$$

From the identity (17) it results the following system of equations:

$$\begin{cases} \lambda_1^2 + a_1\lambda_1 + a_0 = 0, \\ \lambda_2^2 + a_1\lambda_2 + a_0 = 0, \\ A_1 + A_2 = 0, \\ A_1\lambda_1 + A_2\lambda_2 = 1. \end{cases} \tag{18}$$

Assuming zero initial conditions for a linear automatic system with constant parameters described by the equation

$$\frac{d^n x_e}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1}x_e}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1 \frac{dx_e}{dt} + a_0 x_e = x_i, \tag{19}$$

we can write

$$x_e(t) = \frac{A_1 x_i(t)}{s - \lambda_1} + \frac{A_2 x_i(t)}{s - \lambda_2} + \ldots + \frac{A_k x_i(t)}{s - \lambda_k} + \ldots + \frac{A_n x_i(t)}{s - \lambda_n}, \tag{20}$$

or according to eq. (11)

$$x_e(t) = \int_0^t A_1 x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t \lambda_1 d\theta}\, d\tau + \int_0^t A_2 x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t \lambda_2 d\theta}\, d\tau + \ldots$$

(21)

$$\ldots + \int_0^t A_k x_i(\tau) e^{\int_\tau^t \lambda_k d\theta}\, d\tau + \ldots + \int_0^t A_n x_i(\tau) e^{\int_\tau^t \lambda_n d\theta}\, d\tau.$$

Substituting $x_e(t)$ as wall as its derivatives until the nth-order into the eq. (19), the following identity

$$\sum_{k=1}^{n} \int_0^t A_k x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t \lambda_k d\theta}\, d\tau\, (\lambda_k^n + a_{n-1}\lambda_k^{n-1} + \ldots + a_1\lambda_k + a_0) +$$

$$+ x_i(t) \sum_{k=1}^{n} (A_k \lambda_k^{n-1} + a_{n-1} A_k \lambda_k^{n-2} + \ldots + a_1 A_k) +$$

(22)

$$+ \dot{x}_i(t) \sum_{k=1}^{n} (A_k \lambda_k^{n-2} + a_{n-1} A_k \lambda_k^{n-3} + \ldots + a_2 A_k) + \ldots +$$

$$+ x_i^{(n-2)}(t) \sum_{k=1}^{n} (A_k \lambda_k + a_{n-1} A_k) + x_i^{(n-1)}(t) \sum_{k=1}^{n} A_k \equiv x_i(t)$$

is obtained. From this identity the following system of equations results:

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^{n} a_i \lambda_k^i = 0, \quad (k = 1,\ 2,\ldots,\ n; \quad a_n = 1), \\ \sum_{k=1}^{n} A_k \lambda_k^i = \delta_{i,n-1}, \quad (i = 0,\ 1,\ldots,\ n-1), \end{cases} \tag{23}$$

where $\delta_{i,n-1}$ is the Kronecker's symbol.

The result we get is classical, but the obtaining procedure is advantageous, as it can also be extended to differential equations with time-varying coefficients, that is to linear automatic systems with time-varying parameters.

3. Calculus of the Poles and Residia of a Linear Automatic System with Time-Varying Parameters

For the beginning let us consider a linear differential equation of the first order, with time-varying coefficients

$$\frac{dx_e}{dt} - a(t)x_e = x_i, \tag{24}$$

which, under the assumption of zero initial conditions has the solution

$$x_e(t) = \int_0^t x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t a(\theta)d\theta}\, d\tau. \tag{25}$$

The eq. (24), written in the operational formalism, under the assumption of zero initial conditions, becomes

$$[s - a(t)]x_e = x_i, \tag{26}$$

or

$$x_e(t) = \frac{x_i(t)}{s - a(t)}. \tag{27}$$

Comparing relationships (25) and (27) we obtain

$$\frac{x_i(t)}{s - a(t)} = \int_0^t x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t a(\theta)d\theta}\, d\tau. \tag{28}$$

Now, considering a differential equation of the second order

$$\frac{d^2x_e}{dt^2} + a_1(t)\frac{dx_e}{dt} + a_0(t)x_e = x_i, \tag{29}$$

which, under the assumption of zero initial conditions, can be written in the operational formalism as

$$[s^2 + a_1(t)s + a_0(t)]x_e = x_i, \tag{30}$$

we get

$$x_e(t) = \frac{x_i(t)}{s^2 + a_1(t)s + a_0(t)} = \frac{A_1(t)x_i(t)}{s - \lambda_1(t)} + \frac{A_2(t)x_i(t)}{s - \lambda_2(t)}. \tag{31}$$

$\lambda_1(t)$, $\lambda_2(t)$ and $A_1(t)$, $A_2(t)$ are poles and residia, respectively, attached to the automatic system described by the eq. (29). Taking into account eq. (28), the relationship (31) becomes

$$x_e(t) = \int_0^t A_1(\tau)x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t \lambda_1(\theta)d\theta}\, d\tau + \int_0^t A_2(\tau)x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t \lambda_2(\theta)d\theta}\, d\tau. \tag{32}$$

Substituting (32) into (29) we get the identity

$$
\begin{aligned}
&[\dot{\lambda}_1(t) + \lambda_1^2(t) + a_1(t)\lambda_1(t) + a_0(t)] \int_0^t A_1(\tau)x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t \lambda_2(\theta)d\theta}\, d\tau + \\
&+ [\lambda_2(t) + \lambda_2^2(t) + a_1(t)\lambda_2(t) + a_0(t)] \int_0^t A_2(\tau)x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t \lambda_2(\theta)d\theta}\, d\tau + \\
&+ [A_1(t) + A_2(t)]\dot{x}_i(t) + \{\lambda_1(t)A_1(t) + \lambda_2(t)A_2(t) + \\
&+ a_1(t)[A_1(t) + A_2(t)] + \dot{A}_1(t) + \dot{A}_2(t)\}x_i(t) \equiv x_i(t).
\end{aligned} \tag{33}
$$

From the identity (33) the following system of equations results

$$
\begin{cases}
\dot{\lambda}_1(t) + \lambda_1^2(t) + a_1(t)\lambda_1(t) + a_0(t) = 0, \\
\dot{\lambda}_2(t) + \lambda_2^2(t) + a_1(t)\lambda_2(t) + a_0(t) = 0, \\
A_1(t) + A_2(t) = 0, \\
A_1(t)\lambda_1(t) + A_2(t)\lambda_2(t) = 1.
\end{cases} \tag{34}
$$

Here $\dot{\lambda}_1$ and $\dot{\lambda}_2$ are the time derivatives of the functions $\lambda_1(t)$ and $\lambda_2(t)$, respectively.

If one notes $p \equiv \mathrm{d}/\mathrm{d}t$, then one can write

$$[p + \lambda_1(t)]\, A_1(t) = \dot{A}_1(t) + \lambda_1(t)A_1(t), \tag{35}$$

$$[p + \lambda_1(t)] \cdot 1 = \lambda_1(t), \tag{36}$$

$$
\begin{aligned}
[p + \lambda_1(t)]^2 \cdot 1 &= [p + \lambda_1(t)]\,[p + \lambda_1(t)] \cdot 1 = \\
&= [p + \lambda_1(t)]\,\lambda_1(t) = \dot{\lambda}_1(t) + \lambda_1^2(t),
\end{aligned} \tag{37}
$$

as well as other three similar relationships, where the subscript $_1$ is substituted by $_2$.

Based upon the relationships (35) ... (37), the system (34) can be written as

$$
\begin{cases}
[p + \lambda_1(t)]^2 \cdot 1 + a_1(t)[p + \lambda_1(t)] \cdot 1 + a_0(t) = 0, \\
[p + \lambda_2(t)]^2 \cdot 1 + a_1(t)[p + \lambda_2(t)] \cdot 1 + a_0(t) = 0, \\
A_1(t) + A_2(t) = 0, \\
A_1(t)[p + \lambda_1(t)] \cdot 1 + A_2(t)[p + \lambda_2(t)] \cdot 1 = 1.
\end{cases} \tag{38}
$$

Comparing the systems (18) and (38) one can make the analogy

$$\lambda_1 \sim [p + \lambda_1(t)] \cdot 1, \tag{39}$$

$$\lambda_2 \sim [p + \lambda_2(t)] \cdot 1, \tag{40}$$

or generally

$$\lambda_k^i \sim [p + \lambda_k(t)]\cdot 1. \tag{41}$$

Thereby, the system of eqs. (23) becomes

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^{n} a_i(t)[p + \lambda_k(t)]^i \cdot 1 = 0, \quad (k = 1,\ 2,\ ...,\ n;\ a_n(t) = 1), \\ \sum_{k=1}^{n} A_k(t)[p + \lambda_k(t)]^i \cdot 1 = \delta_{i,n-1}, \quad (i = 0,\ 1,\ ...,\ n-1). \end{cases} \tag{42}$$

In other words, if a linear automatic system with time-varying parameters is described by the equation

$$\frac{d^n x_e}{dt^n} + a_{n-1}(t)\frac{d^{n-1}x_e}{dt^{n-1}} + ... + a_1(t)\frac{dx_e}{dt} + a_0(t)x_e = x_i, \tag{43}$$

the output quantity is then computed by using a relationship which, under the assumption of zero initial conditions, is

$$x_e(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{A_k(t)x_i(t)}{s - \lambda_k(t)}, \tag{44}$$

where $A_k(t)$ and $\lambda_k(t)$, $(k = 1,\ 2,\ ...,\ n)$, are determined by means of the system (42). When computing the output quantity x_e, we take also into account that

$$\frac{A_k(t)x_i(t)}{s - \lambda_k(t)} = \int_0^t A_k(\tau)x_i(\tau)\, e^{\int_\tau^t \lambda_k(\theta)\, d\theta}\, d\tau. \tag{45}$$

4. Transfer Functions

Writing

$$G(s,\ t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{A_k(t)}{s - \lambda_k(t)}, \tag{46}$$

the eq. (44) becomes

$$x_e(t) = G(s,\ t)x_i(t). \tag{47}$$

In other words, for a linear automatic system with time-varying parameters, described by the eq. (43), a transfer function $G(s,\ t)$ can be attached and the response of the system to every excitation signal can be determined by using the transfer function.

The transfer function $G(s,\ t)$ can be used exactly like the transfer function for linear automatic systems with constant parameters.

5. Conclusions

By using a new procedure of calculating the poles and residia of a linear automatic system with constant parameters, the poles and residia of a linear automatic system with time-varying parameters could also be calculated. Thus the H e a v i s i d e's formula referring to automatic systems with constant parameters is generalized. The transfer function attached to an automatic system with time-varying parameters has the same properties as the transfer function of the linear automatic systems with constant parameters.

It should be noted that, whereas the poles and residia of the linear automatic systems with constant parameters are constants, the poles and residia of the linear automatic systems with time-varying parameters are time functions.

Received, November 3, 1973

Polytechnic Institute of Jassy,
Department of Physics and Electronics

REFERENCES

1. A d a m s T. V., *Steady-State Analysis of the Linear Networks Containing one Sinusoidally-Variable Capacitor.* IEEE Trans. on Circuit Theory, *3*, 313—319 (1967).
2. Б р и к к е р И. Н., *О частотном анализе линейных систем с переменными параметрами.* Авт. и Телемех., *8*, 52—64 (1966).
3. C ă l i n S., *Regulatoare automate, calculul și construcția.* EDP, Buc., 1967.
4. Z a d e h L. A., *Time-varying Networks.* I. R. E. International Convention Record, Part IV, 251—267 (1961).
5. E n d r a s s H., S c h w e i z e r G., *Zummenhänge zwischen der Übertragungsfunktion und der Theorie von Floquet bei linearen Regelsystemen mit periodischen Parametern.* Regelungstechnik, *11*, 501—504 (1969).
6. F l o r e a S., *Elemente de reglaj și automatizare.* EDP, Buc., 1966.
7. G i a d r o s s i G., M i l o S., *Algebra degli schemi a blocchi per sistemi lineari a parametri variabili periodicamente.* Automazione e Strumentazione, **15**, *3*, 106—119 (1967).
8. K i r s z e m b l a t A., *Calcul opérationnel des systèmes linéaires paramétriques.* Ann. des Telecom., **24**, *11—12* (1969).
9. М и к у с и н с к и й Ж. Г., *Операционное исчисление*, (transl. from Polish). ИИЛ, М., 1956.
10. P e n e s c u C., *Automatica și telemecanica sistemelor energetice.* Vol. I, Ed. Acad. R. P. R., Buc., 1959.

FUNCȚII DE TRANSFER ATAȘATE SISTEMELOR AUTOMATE LINIARE CU PARAMETRII VARIABILI ÎN TIMP (I)

(Rezumat)

Se expune un nou procedeu de calcul al polilor și reziduurilor unui sistem liniar automat staționar, procedeu care se poate extinde la calculul polilor și reziduurilor unui sistem automat neliniar nestaționar. Se generalizează formula de dezvoltare a lui H e a v i s i d e și se atașează funcții de transfer sistemelor automate liniare nestaționare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), 1–2, 1974
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

C.Z.621.313.333.4

POSIBILITĂȚI DE FRÎNARE DINAMICĂ A MOTORULUI BOUCHEROT CU STATOR MOBIL *)

DE
MIRCEA OPRIȘOR

1. Introducere

Cu toate că motorul Boucherot cu două statoare este cunoscut și utilizat de mult timp, frînarea dinamică a sa nu este studiată în literatura de specialitate. Prezenta lucrare își propune să întreprindă un studiu analitic și experimental cu privire la unele soluții referitoare la această pro-

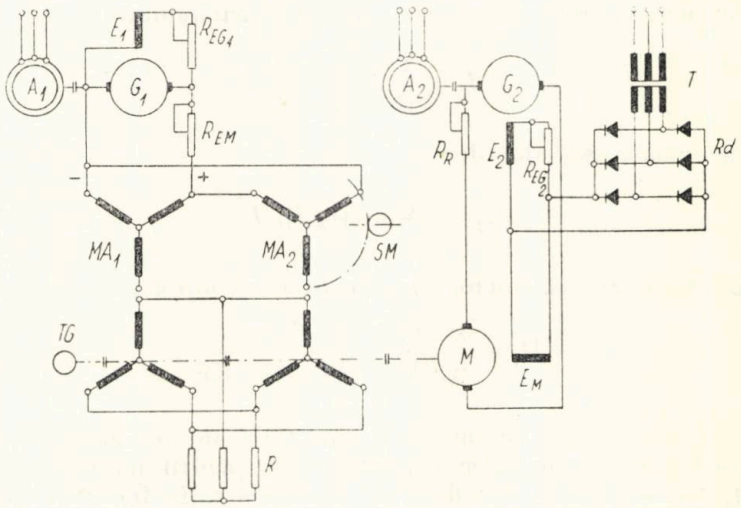


Fig. 1. — Schema de principiu a instalației experimentale folosită la determinarea caracteristicilor mecanice în regim de frînare dinamică.

blemă. Studiul analitic are la bază ipotezele uzuale la mașina asincronă, dintre care se pot menționa : neglijarea saturației și histerezisului, identitatea constructivă a mașinilor componente, simetria sistemelor lor electrice și magnetice. Încercările experimentale au fost efectuate pe o instalație (fig. 1) realizată în laboratorul de Acționări electrice al Institutului politehnic

*) Prezentată la sesiunea științifică jubiliară a Institutului politehnic din Cluj, 22–23 februarie 1974.

din Iași, cu sprijinul Întreprinderii de transporturi, Iași. Mașinile asincrone sînt de tipul M2-31-6 cu următoarele caracteristici : $P_N = 3$ kW, $n_0 = 1\,000$ rot/min, $I_{1\lambda} = 8{,}5$ A, $I_2 = 26{,}3$ A, autoventilate. Pentru evitarea saturației și supraîncălzirii mașinilor (cu durată de acționare scăzută) experiențele au fost efectuate la curenți de excitație de maximum 3/4 din valoarea echivalentă nominală.

2. Frînarea dinamică individuală

Prin anularea frecvenței statorice, la excitarea în c. c. [2], $\omega_0 - \omega_0 = 0$ și ținînd seama de variația corespunzătoare a frecvenței din rotorul scurtcircuitat, $s\omega_0 - \omega_0 = -(1-s)\omega_0 = s_f\omega_0$, rezultă alunecarea în regim de frînare dinamică, în funcție de alunecarea în regim motor :

$$s_f = -(1-s). \tag{1}$$

Tensiunile statorice și rotorice sînt reprezentate prin sistemul [1] :

$$\underline{U}_1 = K\underline{I}_{1ec}\,, \qquad 0 = \mathrm{j}s_f x_m \underline{I}_{1ec} + (r'_2 + \mathrm{j}s_f x'_2)\underline{I}'_2\,, \tag{2}$$

unde $K = K' r_1$, iar K' depinde de schema de alimentare statorică. Din (2) se obține curentul rotoric pe faza mașinii scurtcircuitate :

$$\underline{I}'_2 = \frac{1}{K}\,\underline{U}_1\,\frac{-\mathrm{j}s_f x_m}{r'_2 + \mathrm{j}s_f x'_2}\,. \tag{3}$$

Cuplul de frînare este dat de :

$$M_f = \frac{mp}{\omega_0}\,\Re e(\mathrm{j}x_m \underline{I}^*_{1ec}\,\underline{I}_2) \tag{4}$$

iar după efectuarea calculelor capătă în final forma :

$$M_f = \frac{3p}{\omega_0}\left(\frac{U_1}{K}\right)^2 \cdot \frac{r'_2 s_f\, x_m^2}{(r'_2)^2 + (s_f\, x'_2)^2}\,. \tag{5}$$

Deoarece s_f este negativ, cupul de frînare va fi de asemenea negativ.

Caracteristicile mecanice experimentale, pentru un curent echivalent egal cu 1, 3/4, 2/3, 1/2 și 1/3 din I_{1N}, sînt redate în fig. 2. Cuplul critic, capacitatea de încărcare și rigiditatea porțiunii stabile cresc cu pătratul curentului de excitație. Domeniul de reglare, în cazul modificării curentului de excitație, este restrîns și poate fi lărgit numai prin introducerea unor rezistențe suplimentare în rotor.

Menținînd conexiunea rotorică a motorului Boucherot (fără rezistențe suplimentare) și excitînd un singur stator (fig. 3) se remarcă o diminuare a cuplului critic la mai mult de jumătate, în raport cu cazul anterior. Această micșorare se explică prin dublarea impedanței rotorice (mașini constructiv identice), curentul rotoric devenind jumătate din cel dat de ecuația (3). În plus, mașina în regim de frînare dinamică furnizează și

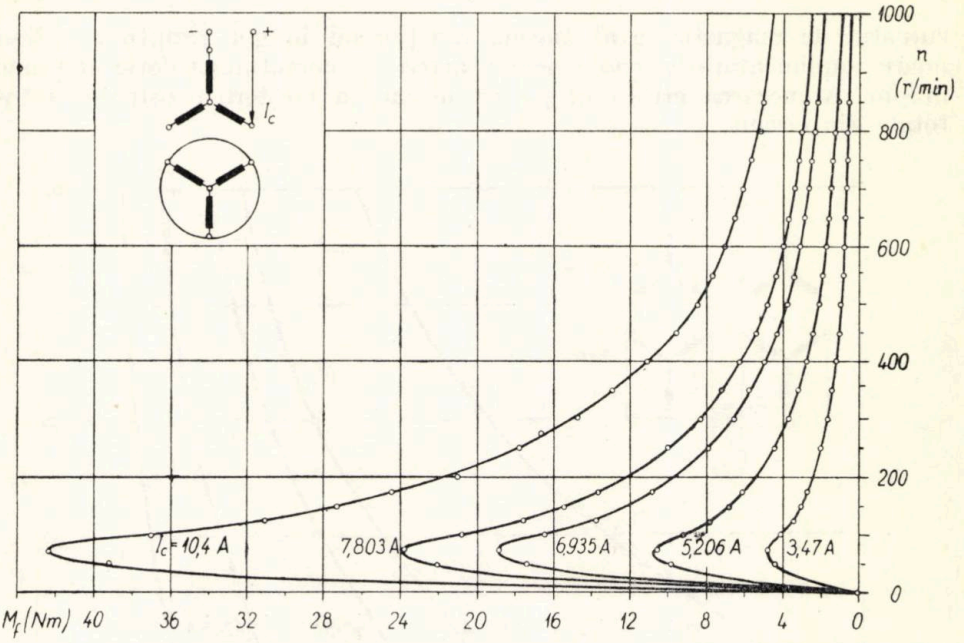


Fig. 2. — Caracteristicile mecanice experimentale obținute pentru mașina asincronă de bază, în scurtcircuit, pentru diferite valori ale curentului de excitație: I_{1N}, $\frac{3}{4}I_{1N}$, $\frac{2}{3}I_{1N}$, $\frac{1}{2}I_{1N}$ și $\frac{1}{3}I_{1N}$.

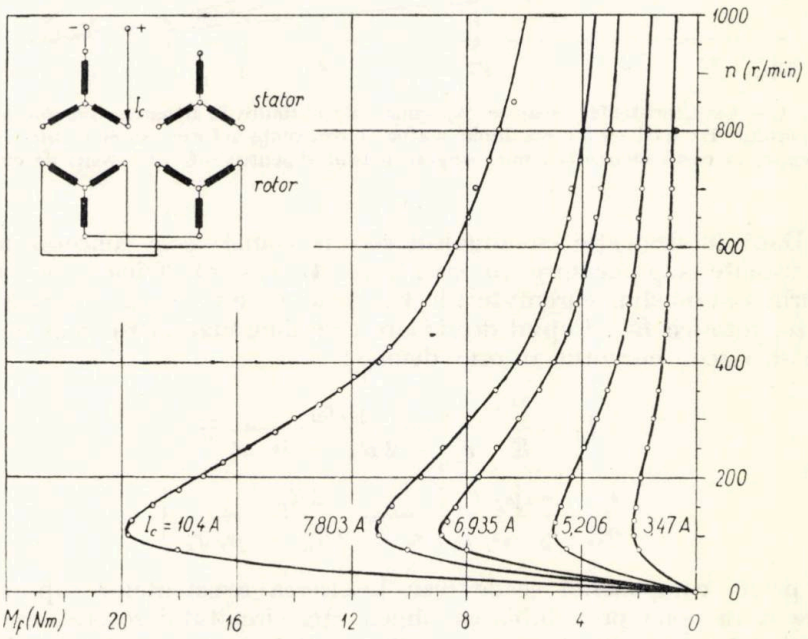


Fig. 3. — Caracteristicile mecanice experimentale obținute la frînarea dinamică a motorului B o u c h e r o t cu dublu stator, pentru diferite valori ale curentului de excitație și alimentarea unei singure mașini.

curentul de magnetizare al mașinii funcționînd în gol, rezultînd o diminuare suplimentară a componentei active a curentului rotoric al primei mașini. Alunecarea critică crește ca urmare a creșterii rezistenței active totale din circuit.

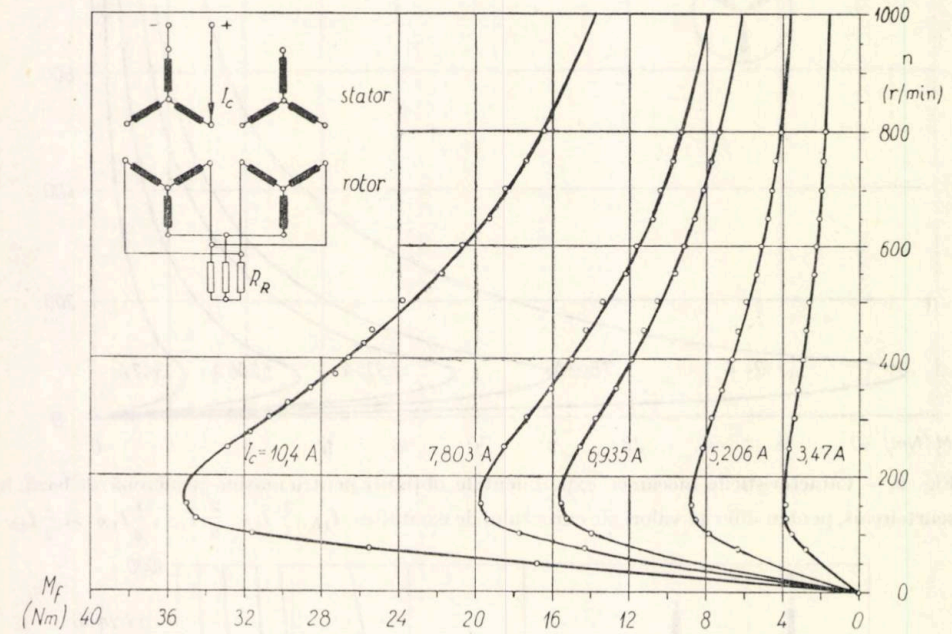


Fig. 4. — Caracteristicile mecanice experimentale obținute la frînarea dinamică a motorului Boucherot cu dublu stator și rezistențe rotorice suplimentare în derivație, în cazul alimentării unei singure mașini și pentru diferiți curenți de excitație.

Dacă în derivație cu circuitul rotoric comun este conectat un grup de rezistențe suplimentare în stea (fig. 4), reglarea frînării este posibilă atît prin intermediul curentului de excitație I_{1c} cît și prin intermediul rezistenței rotorice R_R. Cuplul de frînare este diminuat într-o mai mică proporție deoarece curentul rotoric devine:

$$I'_2 = \frac{U_1}{K} \cdot \frac{-js_f x_m}{r'_2 + 2R_R + js_f x'_2} + \frac{U_1}{2K} \cdot \frac{-js_f x_m}{r'_2 + js_f x'_2} \left[\frac{2R_R}{r'_2 + 2R_R + js_f x'_2} \right], \tag{6}$$

unde prima componentă scade prin înserierea rezistențelor suplimentare, iar cea de a doua prin dublarea impedanței circuitului rotoric, ca și prin factorul subunitar din paranteza pătrată. Alunecarea critică crește datorită creșterii rezistenței ohmice din ambele circuite conectate în derivație.

Alimentînd în c. c., de preferință în derivație, ambele statoare ale motorului Boucherot, în cazul unor circuite rotorice independente, caracteristica meeanică a sistemului va rezulta ca sumă a caracteristicilor individuale ale mașinilor. Dacă rotoarele rămîn interconectate caracteristicile vor corespunde grupului în cascadă.

3. Frînarea grupului în cascadă

Se consideră, pentru simplitate, rotoarele interconectate fără rezistențe suplimentare. Cu ajutorul schemei echivalente din fig. 5, pentru cazul cînd este alimentat statorul primei mașini iar bornele statorice ale celei de a doua mașini sînt scurtcircuitate, rezultă :

$$(7)\qquad \begin{cases} \underline{U}_1 = K\underline{I}_{1ec}\,, \\ 0 = \mathrm{j}s_f x_m \underline{I}_{1ec} + 2(r_2' + \mathrm{j}s_f x_2')\underline{I}_{21}' - \mathrm{j}s_f x_m \underline{I}_{11}\,, \\ 0 = \underline{E}_{11} + r_1 \underline{I}_{11}\,. \end{cases}$$

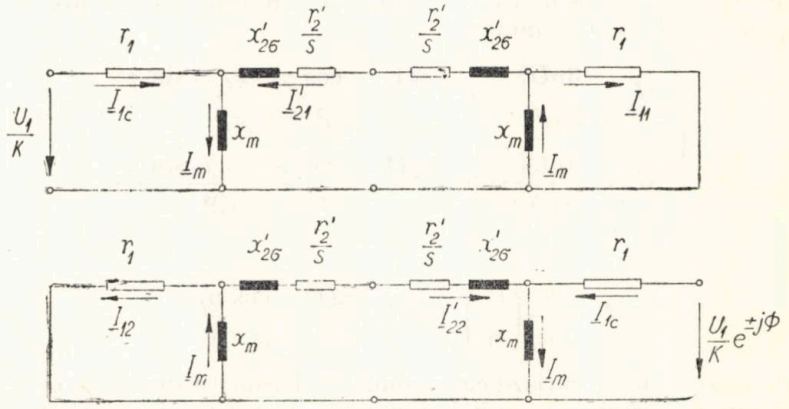


Fig. 5. — Schema echivalentă a motorului Boucherot cu dublu stator și dublă alimentare ; aplicarea metodei suprapunerii efectelor celor două alimentări.

Alimentînd statorul celei de a doua mașini, bornele statorice ale primei mașini fiind scurtcircuitate, rezultă :

$$(8)\qquad \begin{cases} \underline{U}_1 = K\underline{I}_{1ec}\,, \\ 0 = \mathrm{j}s_f x_m \underline{I}_{1ec} + 2(r_2' + \mathrm{j}s_f x_2')\underline{I}_{22}' - \mathrm{j}s_f x_m \underline{I}_{12}\,, \\ 0 = \underline{E}_{12} + r_1 \underline{I}_{12}\,. \end{cases}$$

Conectarea statoarelor în paralel la sursa de c. c. are drept efect înserierea fazelor lor, dacă schema de conectare este identică, încît :

$$(9)\qquad \underline{E}_{11} + \underline{E}_{12} = 0.$$

Din (7) și (8) rezultă :

$$r_1(\underline{I}_{11} + \underline{I}_{12}) = 0, \tag{10}$$

curentul rezultant pe acest circuit, iar pentru mașini identice și curenții parțiali fiind nuli ($\underline{I}_{11} = \underline{I}_{12} = \underline{I}_{11} + \underline{I}_{12} = 0$). Rezultă deci :

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = K\underline{I}_{1ec}, \\ \underline{I}'_{21} = \underline{I}_{1ec} \dfrac{-\mathrm{j}s_f x_m}{2(r'_2 + \mathrm{j}s_f x'_2)}, \\ |\underline{I}'_{21}| = |\underline{I}'_{22}|, \end{cases} \tag{11}$$

unde între curenții $\underline{I}_{21}$ și $\underline{I}_{22}$ de pe faze omoloage există un defazaj impus de decalajul dintre statoarele motorului Boucherot, de $\varphi^\circ_{el} = \varphi^\circ_{geom}/p$.

Curentul rotoric are expresia :

$$\underline{I}'_2 = \underline{I}'_{21} - \underline{I}'_{22}\,\mathrm{e}^{\pm\mathrm{j}\varphi} = \frac{\underline{U}_1}{2K} \cdot \frac{-\mathrm{j}s_f x_m}{r'_2 + \mathrm{j}s_f x'_2}(1 - \mathrm{e}^{\pm\mathrm{j}\varphi}). \tag{12}$$

Cuplul de frînare se obține drept o sumă a cuplurilor dezvoltate de fiecare mașină, $M_f = M_1 + M_2$, unde :

$$\begin{cases} M_1 = \dfrac{3pU_1^2}{2\omega_0 K^2}(s_f x_m^2)\dfrac{r'_2(1 - \cos\varphi) + s_f x'_2 \sin\varphi}{(r'_2)^2 + (s_f x'_2)^2}, \\ M_2 = \dfrac{3pU_1^2}{2\omega_0 K^2}(s_f x_m^2)\dfrac{r'_2(1 - \cos\varphi) - s_f x'_2 \sin\varphi}{(r'_2)^2 + (s_f x'_2)^2}, \end{cases} \tag{13}$$

încît :

$$M_f = \frac{3p}{\omega_0}\left(\frac{U_1}{K}\right)^2 (s_f x_m^2)\frac{r'_2(1 - \cos\varphi)}{(r'_2)^2 + (s_f x'_2)^2}. \tag{14}$$

Valoarea acestui cuplu variază cu unghiul de decalaj statoric, de la zero ($\varphi = 0$) la dublul cuplului mașinii individuale cu rotorul în scurtcircuit ($\varphi = 180°$ el.).

Caracteristicile mecanice experimentale, unghiul φ fiind considerat drept parametru, sînt reprezentate în fig. 6. Conform ecuației (14) caracteristica pentru $\varphi = 90°$ ar trebui să coincidă cu cea a mașinii în scurtcircuit alimentată similar. În adevăr cuplurile critice coincid deoarece spre deosebire de cazurile anterioare fiecare stator asigură propriul curent de magnetizare. În schimb alunecarea schemei în cascadă crește datorită aparaturii de măsură, cablurilor și contactelor aferente, a căror rezistență activă este comparabilă cu cea a rotorului unei mașini.

Dacă în derivație, pe circuitul rotoric, sînt conectate rezistențe suplimentare cuplate în stea, metodica folosită mai sus permite să se deducă expresiile curenților rotorici :

$$\underline{I}'_{21} = \frac{\underline{I}'_{2r} + \underline{I}'_2}{2} + \frac{\underline{I}'_{2r} - \underline{I}'_2}{2}\mathrm{e}^{\pm\mathrm{j}\varphi}, \quad \underline{I}'_{22} = \frac{\underline{I}'_{2r} + \underline{I}'_2}{2} + \frac{\underline{I}'_{2r} - \underline{I}'_2}{2}\mathrm{e}^{\mp\mathrm{j}\varphi}, \tag{15}$$

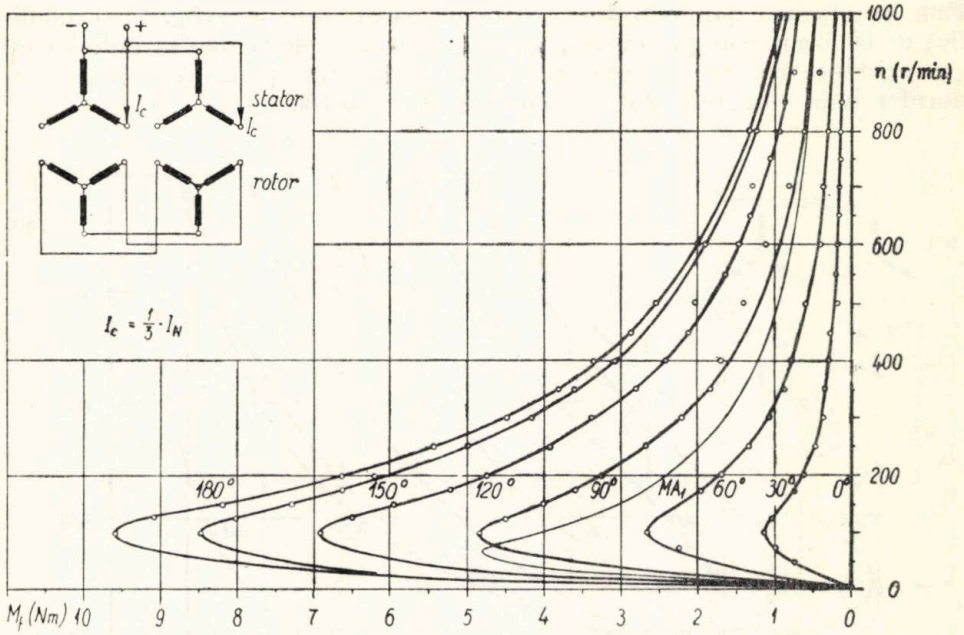


Fig. 6. — Caracteristicile mecanice experimentale obținute la frînarea dinamică a motorului Boucherot cu dublu stator și dublă alimentare, pentru un curent de excitație chivalent $= \frac{1}{3} I_{1N}$.

unde $\underline{I}'_{2r}$ este curentul rotoric al mașinii individuale în scurtcircuit la alunecarea $s'_f = rs_f$, iar $\underline{I}'_2$ este același curent la alunecarea s_f. Cu ecuațiile (3) și (15) se obțin componentele curenților rotorici:

$$(16)\quad \begin{cases} \underline{I}'_{21} = \dfrac{\underline{U}_1}{2K} \cdot \dfrac{-\mathrm{j}s_f x_m\{[(r+1)+(r-1)\mathrm{e}^{\pm \mathrm{j}\varphi}]r'_2 + \mathrm{j}\,2rs_f x'^2_2\}}{(r'_2 + \mathrm{j}s_f x'_2)(r'_2 + \mathrm{j}rs_f x'_2)}, \\ \underline{I}'_{22} = \dfrac{\underline{U}_1}{2K} \cdot \dfrac{-\mathrm{j}s_f x_m\{[(r+1)+(r-1)\mathrm{e}^{\mp \mathrm{j}\varphi}]r'_2 + \mathrm{j}\,2rs_f x'^2_2\}}{(r'_2 + \mathrm{j}s_f x'_2)(r'_2 + \mathrm{j}rs_f x'_2)}. \end{cases}$$

Aceste relații permit calculul cuplurilor parțiale; recurgînd totodată la suprapunerea efectelor rezultă:

$$(17)\quad M_f = M_1 + M_2 = \frac{3p}{\omega_0}\left(\frac{U_1}{K}\right)^2 (s_f x_m^2)\left[\frac{r'_2(1-\cos\varphi)}{(r'_2)^2 + (s_f x'_2)^2} + \frac{rr'_2(1+\cos\varphi)}{(r'_2)^2 + (rs_f x'_2)^2}\right].$$

Cuplul total M_f este dat în fond de suma dintre cuplul schemei fără rezistențe rotorice (14) funcționînd la alunecarea s_f și cuplul mașinii individuale, alimentată cu tensiunea $U_1\sqrt{1+\cos\varphi}$, funcționînd la alunecarea rs_f micșorată cu

$$(18)\quad r = \frac{r'_2}{r'_2 + 2R_R}.$$

Prin modificarea parametrului φ caracteristicile mecanice (fig. 7) se modifică de la forma corespunzătoare sumei cuplurilor a două mașini individuale cu rezistențe rotorice proprii ($\varphi = 0$) la forma corespunzătoare sumei cuplurilor cînd rotoarele sînt în scurtcircuit ($\varphi = 180°$ el).

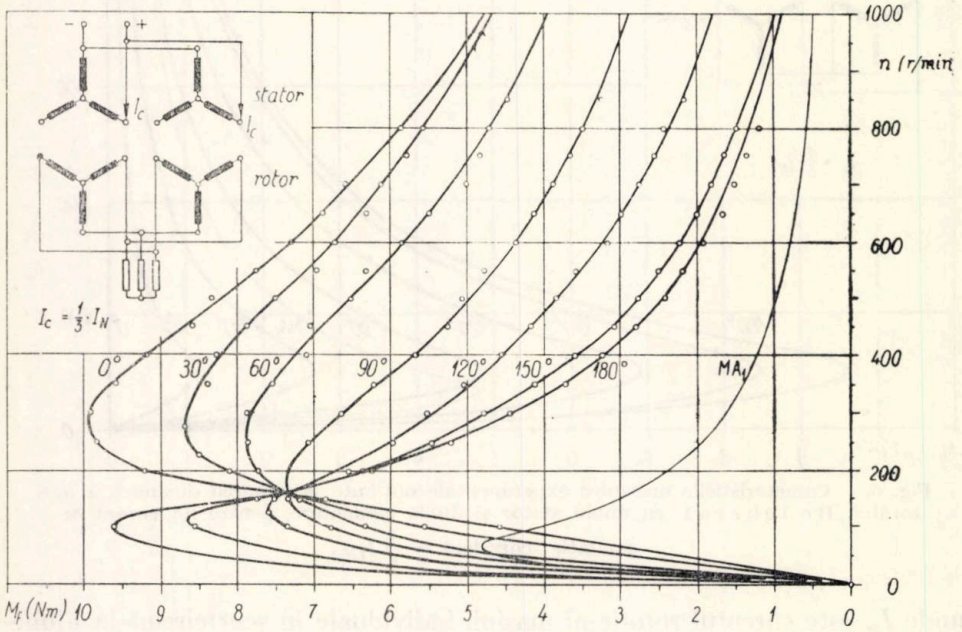


Fig. 7. — Caracteristicile mecanice experimentale obținute la motorul Boucherot cu dublu stator, dublă alimentare și rezistențe rotorice suplimentare în derivație (R_R pe faze), pentru un curent de excitație echivalent $= \frac{1}{3} I_{1N}$.

Capacitatea de încărcare depinde mai puțin de unghiul φ în raport cu cazul anterior iar domeniul de reglare crește. La cupluri de frînare mari și opriri rapide se impune folosirea cu precădere a unghiurilor de decalaj statoric depășind 90° el.

4. Concluzii

Motorul Boucherot cu dublu stator permite un număr mai mare de soluții de frînare dinamică față de mașina asincronă individuală. În plus, asigură creșterea cuplului de frînare la o viteză dată, creșterea rigidității caracteristicii de frînare și o posibilitate suplimentară de reglaj prin intermediul unghiului de decalaj statoric.

Soluțiile fără rezistențe rotorice suplimentare au domeniul de reglaj redus iar cuplul critic scade odată cu unghiul φ. În schimb curenții rotorici

nu pot depăși valoarea corespunzătoare motorului funcționînd individual. Conectarea unor rezistențe în derivație este favorabilă în toate cazurile, dar implică uneori o creștere suplimentară a curentului rotoric.

Notații

$\underline{E}_{11}$, $\underline{E}_{12}$ — t. e. m. induse de curentul rotoric într-o fază a statorului scurtcircuitat, în cazul alimentării singulare a mașinii fixe, respectiv mobile, [V].

$\underline{I}_{1ee}$ — curentul statoric pe fază, echivalent din punctul de vedere al t. m. m. produse curentului continuu I_{1c}, [A].

$\underline{I}_{11}$, $\underline{I}_{12}$ — curentul statoric pe fază, în statorul scurtcircuitat, la alimentarea singulară a mașinii fixe, respectiv mobile, [A].

$\underline{I}'_2$, $\underline{I}'_{2r}$ — curentul rotoric pe fază, raportat la stator la frecvența nominală, în cazul alunecării s_f, respectiv rs_f, [A].

$\underline{I}'_{21}$, $\underline{I}'_{22}$ — curentul rotoric pe fază, raportat la stator la frecvența nominală, în cazul alimentării mașinii fixe, respectiv mobile, [A].

$m = 3$ — numărul fazelor statorice, egal cu cele rotorice.

R_R — rezistența rotorică suplimentară (raportată), pe fază, [Ω].

r_1, r'_2 — rezistența ohmică pe faza statorică, respectiv rotorică raportată la stator [Ω].

x_1, x'_2, x_m — reactanțele totale pe faza statorică, respectiv rotorică, precum și reactanța mutuală stator—rotor, [Ω].

Primită la 7 martie 1974

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de utilizări și automatizări

BIBLIOGRAFIE

1. Jordan H., Schmitt W., *Die Gleichstrombremsung des Asynchronmotors.* AEG-Mitteilungen, **32**, *1/4*, 7—11 (1942).
2. Ungruh F., Jordan H., *Gleichlaufschaltungen von Asynchronmotoren.* Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, Braunschweig, 1964.

POSSIBILITÉS DE FREINAGE DYNAMIQUE DU MOTEUR BOUCHEROT BISTATOR AVEC UN STATOR MOBILE

(Résumé)

On présente les principaux solutions concernant le freinage dynamique du moteur Boucherot bistator, avec un stator mobile. Si l'on compare ces solutions on aboutit à établir les schémas de connexion les plus efficaces du point de vue de la capacité de charge et des possibilités de réglage. On présente les expressions analytiques particulières pour chaque solution analysée et les résultats expérimentaux obtenus à l'aide de l'installation modèle. On peut remarquer la concordance satisfaisante entre les conclusions théoriques et les caractéristiques expérimentales.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 1–2, 1974
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂR

D.K. 621.313.37 : 621.313.047

EINIGE BETRACHTUNGEN ÜBER DIE ANLAßBEDINGUNGEN DER REPULSIONSMOTOREN MIT KOMMUTATORKREIS*)

VON

SILVIU HARGHEL, AL. SIMION und M. GROVU

1. Einleitung

Infolge der Entwicklung der Leistungshalbleitertechnik wuchs die Anzahl der Studien über die Herstellung von Motoren mit Kennzeichen, die den Gleichstrom- oder Wechselstromkollektormaschinen ähnlich sind, stark an. Das ist durch die Tatsache zu erklären, daß diese Maschinen annehmbare Kennzeichen für zahlreiche Gebiete der elektrischen Antriebe aufweisen, wobei sie eine sparsame und weitläufige Regelung möglich machen.

Unter den Einphasen-Wechselstromkollektormaschinen weist der Repulsionsmotor Thomson einige nicht zu leugnende Vorteile auf und zwar: einfache und weitläufige Geschwindigkeitsregelung, sanfter Anlaß und bequeme Umkehrung der Rotationsrichtung. Infolge der Gegenwart des Kollektors und der schwierigen Kommutation kann er nur für begrenzte Leistungsgebiete hergestellt werden.

Um diese Nachteile auszuschließen, wurden verschiedene Schemen von Motoren mit Kommutatorkreis aufgestellt, die nach demselben Prinzip wie der oben erwähnte Motor funktionieren. Da der Kostenpreis der gebrauchten Halbleiterelemente (Thyristoren, Tryaks) noch ziemlich hoch ist, und um das Schema des Kommutatorkreises nicht zu sehr zu erschweren, ist es angebracht, daß die Sektionenzahl der kommutierten Wicklung so gering wie möglich ist. Diese Verringerung bewirkt das Erscheinen von besonderen Anlaßproblemen, mit denen wir uns im folgenden beschäftigen werden.

2. Die Anlaßbedingungen

Im allgemeinen ist der Repulsionsmotor mit Kommutatorkreis mit zwei Wicklungen versehen, eine einphasige und eine andere, die aus einer Anzahl von m Sektionen in Polygon- oder Sternverbindung gebildet ist (Abb. 1 *a* und 1 *b*).

Eine der Wicklungen befindet sich auf dem festen Anker, die andere auf dem beweglichen Anker, je nachdem welcher Bautyp verwendet wird, wobei das Funktionieren durch in nacheinanderfolgender Leitung aufgesetz-

*) Mitgeteilt an der wissenschaftlichen Jubiläumstagung der Technischen Hochschule Cluj, 23.–24. Februar 1974.

ter Schaltelemente, die die verschiedenen Punkte der Wicklung verbinden, gesichert wird.

Die Betriebsweise und das Betriebsprinzip sind die des klassischen Motors. Durch Phasenverschiebung der Steuerimpulse erhält man denselben Effekt wie bei der Verschiebung des Bürstenverstellers das heißt die Regelung des Winkels α_r zwischen der Achse der Ständerwicklung und der Achse der Läuferwicklung.

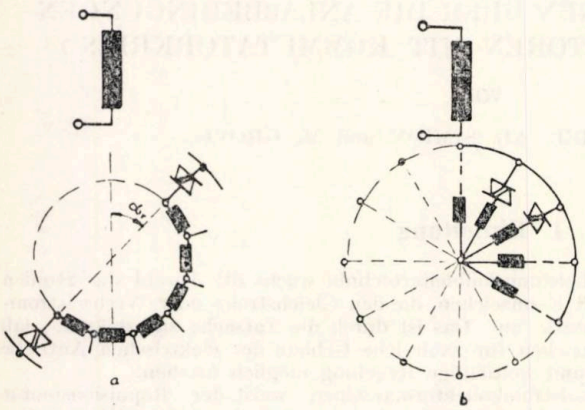


Abb. 1

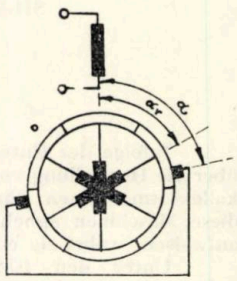


Abb. 2

Beim Anlaß der Motoren mit geringer Anzahl von Sektionen an der kommutierten Wicklung stimmt der reelle Winkel zwischen der Ständerwicklungsachse und der Läuferwicklungsachse (α_r) nicht immer überein mit dem Verschiebungswinkel des Bürstenverstellers oder im Falle der Motoren mit Kommutatorkreis mit der Phasenverschiebung der Steuerimpulse (α). Als Beispiel wird in Abb. 2 ein Motor mit drei Sektionen dargestellt, zur Vereinfachung mit mechanischem Kommutator.

Die Differenz zwischen dem reellen und dem vorgeschriebenen Winkel (die Phasenverschiebung der Steuerimpulse oder die geometrische Verschiebung des Bürstenverstellers) variiert zwischen den Grenzen $\alpha - \alpha_r = \pm \pi/2m$. Abhängig von der Phasenzahl gibt es eine Anzahl $k = m/2$ (k ganze Zahl) von Werten des Winkels α_r. Demnach wird das Anlaßdrehmoment in Abhängigkeit von der Phasenzahl nur k-Werte annehmen können, die von der vorgeschriebenen Phasenverschiebung und der Anfangsstellung des Läufers beim Anlassen abhängig sind.

3. Die Beziehung des Anlaßdrehmoments

Um die Beziehung des Anlaßdrehmoments abzuleiten, nehmen wir an, daß die Ständerwicklungsachse zu der Läuferwicklungsachse um den Winkel α_r verschoben ist (Abb. 3).

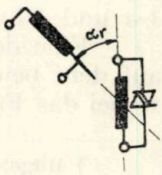


Abb. 3

Die Gleichungen der beiden Kreise sind :

$$(1)\qquad \begin{cases} u_1 = R_1 i_1 + L_1 \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M\cos\alpha_r \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}, \\ \Delta u_T = R_2 i_2 + L_2 \dfrac{di_2}{\mathrm{d}t} + M\cos\alpha_r \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - M\sin\alpha_r\, i_1 \dfrac{\mathrm{d}\alpha_r}{\mathrm{d}t}. \end{cases}$$

Beim Anlassen gilt α_r = konst. und wenn der Spannungsabfall in den Schaltelementen nicht berücksichtigt wird, also $\Delta u_T = 0$, geht hervor :

$$(2)\qquad u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M\cos\alpha_r \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}, \quad 0 = R_2 i_2 + L_2 \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + M\cos\alpha \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}.$$

Geht man zu komplexen Zahlen über und setzt $\omega L_1 = x_1$, $\omega L_2 = x_2$, $\omega M = x_h$ ein, so erhält man :

$$(3)\qquad \underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 - \underline{Z}_0 \cos\alpha_r \underline{I}_2, \quad 0 = -\underline{Z}_0 \cos\alpha_r \underline{I}_1 + \underline{Z}_2 \underline{I}_2,$$

wo : $\underline{Z}_1 = r_1 + \mathrm{j}x_1$, $\underline{Z}_2 = r_2 + \mathrm{j}x_2$ und $\underline{Z}_0 = -\mathrm{j}x_h$.

Aus den Beziehungen (3) werden die beiden Ströme bestimmt :

$$(4)\qquad \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_0^2 \cos^2\alpha_r}, \qquad I_2 = \frac{\underline{U}_1 \underline{Z}_0 \cos\alpha_r}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_0^2 \cos^2\alpha_r},$$

oder in Momentanwerten :

$$(5)\qquad i_1 = \frac{\sqrt{2}\,U_1}{B}\sin(\omega t - \varphi_1), \quad i_2 = \frac{\sqrt{2}\,U_1}{D}\cos\alpha_r \sin(\omega t - \varphi_2),$$

wo :

$$\varphi_1 = \operatorname{arctg} A, \quad A = \frac{x_1 Z_2^2 - x_2 x_h^2 \cos^2\alpha_r}{r_1 Z_2^2 + r_2 x_h^2 \cos^2\alpha_r},$$

$$B = \frac{\sqrt{(r_1 Z_2^2 + r_2 x_h^2 \cos^2\alpha_r)^2 + (x_1 Z_2^2 - x_2 x_h^2 \cos^2\alpha_r)^2}}{Z_2^2},$$

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg} C, \quad C = \frac{r_1 r_2 - x_1 x_2 + x_h^2 \cos^2\alpha_r}{x_1 x_2 + r_1 x_2},$$

$$D = \frac{\sqrt{(x_1 r_2 + r_1 x_2)^2 + (r_1 r_2 - x_1 x_2 + x_h^2 \cos^2\alpha_r)^2}}{x_h}.$$

Das Anlaßdrehmoment wird durch die Beziehung

$$(6)\qquad m_p = p\left(\frac{\partial W_m}{\partial \alpha_r}\right)_{i=\text{konst.}} = -pMi_1 i_2 \sin\alpha_r$$

dargestellt. Ersetzt man die Ströme durch die Werte aus (5), erhält man :

$$(7)\qquad m_p = -\frac{2pMU_1^2 \sin\alpha_r \cos\alpha_r}{BD}\sin(\omega t - \varphi_1)\sin(\omega t - \varphi_2).$$

Das durchschnittliche Anlaßdrehmoment wird folgenden Wert annehmen:

$$M_{p\,\mathrm{med}} = -\frac{pMU_1^2}{BD}\sin 2\alpha_r \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \tag{8}$$

welcher schließlich durch den Ersatz von B und D folgende Form annimmt:

$$M_{p\,\mathrm{med}} = -\frac{pU_1^2 Z_2^2 x_h^2 \sin 2\alpha_r \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}{\omega\sqrt{[(r_1 Z_2^2 + r_2 x_h^2 \cos^2\alpha_r)^2 + (x_1 Z_2^2 - x_2 x_h^2 \cos^2\alpha_r)^2]}} \times$$
$$\times \frac{1}{\sqrt{[(r_2 x_1 + r_1 x_2)^2 + (r_1 r_2 - x_1 x_2 + x_h^2 \cos^2\alpha_r)^2]}}. \tag{9}$$

In dieser Beziehung kann $\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$, ohne allzu große Fehler einzuführen, als mit der Einheit gleich angenommen werden. Abb. 4 zeigt die Kennlinie $M_p = f(\alpha_r)$ für den Motor mit kommutierter Wicklung, deren Sektionen in Sternschaltung verbunden sind, mit folgenden Kennzeichen:

$$U_1 = 120\ \mathrm{V},\quad x_1 = 20{,}2\ \Omega,\quad R_1 = 0{,}32\ \Omega,\quad x_h = 18{,}8\ \Omega,$$
$$x_2 = 26{,}8\ \Omega,\quad R_2 = 0{,}78\ \Omega.$$

Wie aus Abb. 4 hervorgeht, hat das Anlaßmoment Höchstwerte für α_r zwischen 10° und 40°.

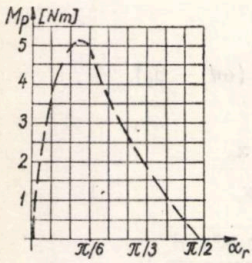


Abb. 4

Wie schon im vorigen Abschnitt gezeigt wurde, variiert die Differenz zwischen dem Winkel α und dem reellen Winkel der Wicklungsachsen innerhalb der Grenzen, $\alpha - \alpha_r = \pm \pi/2m$, das heißt das Anlaßdrehmoment kann für einen bestimmten Wert des Winkels α_r Werte von $M_p(\alpha - \pi/2m)$ bis $M_p(\alpha + \pi/2m)$ annehmen.

Beziehen wir uns auf einen Motor mit drei Sektionen in Sternschaltung und nehmen $\alpha = \alpha_r = \pi/3$ (Abb. 5 *a*) an, dann wird das Anlaßdrehmoment den Wert $M_{pi} = M_p(\pi/3)$ annehmen.

Für denselben Wert des Winkels $\alpha = \pi/3$ jedoch kann das Anlaßdrehmoment jedwelchen Wert im Zwischenraum $[M_p(\pi/6), M_p(\pi/2)]$ annehmen, also auch den Nullwert. Nehmen wir den Winkel $\alpha > \pi/3$ (Abb. 5 *b*) an, dann kann das Anlaßdrehmoment jedwelchen Wert im Zwischenraum $[M_p(\alpha + \pi/6), M_p(\alpha - \pi/6)]$ annehmen, das heißt diesmal ist sein kleinster Wert nicht Null. Man kann also einen Wert für den Winkel α finden, so daß das Anlaßdrehmoment ganz bestimmt nicht Null ist und einen so hohen Wert annimmt, wie es nur möglich ist. Infolge des großen Zwischenraums, in dem es Werte annehmen kann, sind die möglichen Kleinstwerte, sogar im Fallen eines optimalen Winkels α, trotzdem klein im Vergleich zum Höchstwert.

Um möglichst hohe Werte für das Anlaßdrehmoment zu erhalten, ist es nötig, daß der Zwischenraum, in dem es Werte annehmen kann, möglichst gering ist. Dafür muß aber m so groß wie möglich sein.

Zum Beispiel für einen Motor mit $m = 6$ (Abb. 6), bei einer beliebigen Stellung des Läufers, gibt es $k = 3$ mögliche Werte für den Winkel $\alpha_r(\alpha_{r_1}, \alpha_{r_2}, \alpha_{r_3})$, also genau soviel mögliche Werte für das Anlaßdrehmoment. Nehmen wir $\alpha = \alpha_{r2}$ an, dann $M_{pi} = M_p(\alpha_{r2})$. Verfolgen wir denselben Gedankengang wie vorher für denselben α, kann für das Anlaßdrehmoment jedwelcher Wert im Zwischenraum $[M_p(\alpha - \pi/12), M_p(\alpha + \pi/12)]$ erhalten werden. Da der Zwischenraum jetzt viel kleiner ist, kann man für α einen Wert finden, so daß alle möglichen Werte des Anlaßdrehmoments genügend groß sind.

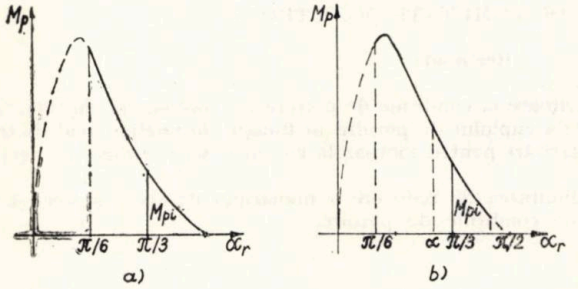


Abb. 5

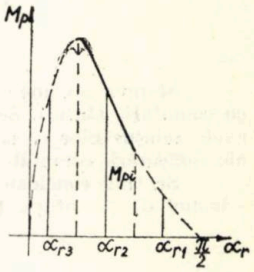


Abb. 6

Alle bisherigen Betrachtungen wurden in der Annahme angestellt, daß die Sektionen des Motors in Sternschaltung verbunden sind. Im Falle der Polygonschaltung ändert sich nur der Zwischenraum der möglichen Werte für α_r und zwar $\alpha - \alpha_r = \pi/m$.

4. Schlußfolgerungen

Es können also folgende Schlußfolgerungen gezogen werden:

1. Im Falle der Repulsionsmotoren mit Kommutatorkreis und geringer Anzahl von Sektionen an der kommutierten Wicklung befinden sich die möglichen Werte für das Anlaßdrehmoment innerhalb der Grenzen $M_p(\alpha - \pi/2m)$ und $M_p(\alpha + \pi/2m)$ bei Sternschaltung und bei Polygonschaltung innerhalb von $M_p(\alpha - \pi/m)$ und $M_p(\alpha + \pi/m)$.

2. Damit die Zahl der verwendeten Schaltanordnungen so klein wie möglich sei, ist es angebracht, was die Anlaßbedingungen betrifft, die Sektionen durch Sternschaltung zu verbinden.

3. Für Betriebe, die kein großes Anlaßdrehmoment benötigen, ist die Kleinstzahl der Sektionen an der kommutierten Wicklung, im Falle der Sternschaltung, drei.

4. Die Vergrößerung der Sektionenzahl an der kommutierten Wicklung führt zur Vergrößerung der Zahl der Schaltelemente und somit wird auch das Befehlsschema komplizierter. Deshalb ist es angebracht, daß ihre Anzahl auf den Wert begrenzt bleibt, der ein ausreichendes Drehmoment beim Anlaß ermöglicht.

Eingegangen am 8. Juni 1974

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Elektrische Maschinen
und Allgemeine Elektrotechnik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Charles V. I., *The Unified Theory of Electrical Machines.* Butterworths, London, 1967.
2. Fitzgerald A. E., Kingsley Ch. Jr., *The Dynamics and Statics of Electromechanical Energy Conversion.* Mc. Graw-Hill Book Co., N. Y., 1961.
3. Gudefin N., *Machines à commutation électronique.* Rev. gén. de l'électr.., *1* (1968).
4. Сонин Ю. П., *Токи обмоток и вращающий момент однофазного вентильного двигателя.* Электричество, 7 (1970).

UNELE ASPECTE PRIVIND CONDIȚIILE DE PORNIRE ALE MOTOARELOR CU REPULSIE COMUTATE ELECTRONIC

(Rezumat)

Se prezintă unele aspecte referitoare la condițiile de pornire ale motoarelor cu repulsie cu comutație statică. Se deduce relația cuplului de pornire în funcție de unghiul real dintre axele înfășurărilor și se fac particularizări pentru motoarele cu un număr redus de secții ale înfășurării comutate.

Se trag concluzii privind posibilitatea de reducere a numărului de secții și deci și a schemei de comutație ținînd cont de condițiile de pornire.

1975 JAN 31

08224

1503/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XX (XXIV)

Fasc. 3 – 4

SECŢIA III ELECTROTEHNICĂ
ELECTRONICĂ
AUTOMATIZĂRI

1974

MŰSZAKI EGYETEM

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XX (XXIV)

Fasc. 3 – 4

SECŢIA III ELECTROTEHNICĂ
ELECTRONICĂ
AUTOMATIZĂRI

1974

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. em. dr. doc. GH. ALEXA, prof. em. ing. D. ATANASIU, prof. ing. C. CALISTRU, prof. ing. T. GOLGOȚIU, prof. dr. doc. D. MANGERON (secretar), conf. ing. A. MARCHIȘ, prof. dr. doc. D. RUSU, acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU (președinte)

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI
III. ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

Prof. dr. doc. N. V. BOȚAN
Prof. dr. ing. D. BĂRBULESCU
Prof. dr. ing. LEOPOLD SEBASTIAN

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Conf. dr. ing. HUGO ROSMAN (secretar)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3 — 4 1974

Secţia III

ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

SUMAR

Pag.

GH. SAVIN, NORBERT ZITRON şi TRAIAN-DANIIL GLIGOR, Asupra oscilaţiilor lente în circuite ferorezonante (germ., rez. rom.) 7

SAVEL MITREA, Asupra sintezei multiplicatoarelor de frecvenţă magnetice polifazate (engl., rez. rom.) 15

ILIE POPESCU, Studiul defazajului φ între semnalul excitaţie şi semnalul răspuns în circuite ferorezonante inerţiale (rom., rez. franc.) 21

M. ANTONESCU, Asupra unei metode de studiu a caracteristicilor bobinelor neliniare comandate prin reacţie (germ., rez. rom.) 31

HARI HERŞCOVICI şi EMIL LUCA, Unele aspecte ale rezistenţei diodelor cu siliciu în utilizarea varicap, în regimul combinat de tensiune continuă şi alternativă (engl., rez. rom.) 39

M. ANTONIU, Erori la comparatorul electrostatic—magnetoelectric (rom., rez. franc.) 49

ADRIAN CREŢU şi ELENA AGAFIŢEI, Cercetări referitoare la compensarea automată a erorilor transformatoarelor de curent prin utilizarea unui amplificator electronic de putere mică asociat cu un transformator auxiliar (rom., rez. franc.) 59

GH. CÎRŢINĂ şi VIRGIL ALEXANDRESCU, Ferorezonanţa subarmonică în liniile de transport a energiei electrice (rom., rez. franc.) 69

EUGEN HNATIUC, P. LEONTE şi ADRIAN BARABOI, Asupra funcţionării electromagnetului de curent alternativ monofazat cu spira în scurtcircuit (rom., rez. franc.) 77

N. GAVRILAŞ, RODICA OLÁH, MIRCEA GUŞĂ şi MIRCEA DUDICI-RUSCIOR, Influenţa ecranelor dielectrice poroase asupra descărcării corona în sistemul de electrozi conductor—placă (rom., rez. franc.) 87

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XX (XXIV), Fasc. 3—4 1974

Section III

ELECTROTECHNICS. ELECTRONICS. AUTOMATION

CONTENTS

Pp.

GH. SAVIN, NORBERT ZITRON und TRAIAN-DANIIL GLIGOR, Über langsame Schwingungen in ferroresonanten Kreisen (German, Romanian summary) 7

SAVEL MITREA, On the Synthesis of Multi-Phase Magnetic Frequency Multipliers (English, Romanian summary) 15

ILIE POPESCU, Étude de l'angle de déphasage φ entre le signal d'entrée et celui de sortie dans les circuits ferrorésonants inertiels (Romanian, French summary) 21

M. ANTONESCU, Über ein Studiumverfahren der Kennlinien der durch Rückwirkung gesteuerten Spulen (German, Romanian summary) 31

HARI HERȘCOVICI and EMIL LUCA, Some Aspects of the Silicon Diodes Resistance in Varicap Utilization in Combined Regime of Direct and Alternative Voltage (English, Romanian summary) 39

M. ANTONIU, Erreurs au comparateur électrostatique—magnétoélectrique (Romanian, French summary) 49

ADRIAN CREȚU et ELENA AGAFIȚEI, Recherches concernant la compensation automatique des erreurs des transformateurs de courant avec un amplificateur électronique de faible puissance associé à un transformateur auxiliaire (Romanian, French summary) 59

GH. CÎRȚINĂ et VIRGIL ALEXANDRESCU, Ferrorésonance sousharmonique dans les lignes de transport d'énergie électrique (Romanian, French summary) 69

EUGEN HNATIUC, P. LEONTE et ADRIAN BARABOI, Sur le fonctionnement de l'électroaimant de courant alternatif à spire en court circuit (Romanian, French summary) 77

N. GAVRILAȘ, RODICA OLÁH, MIRCEA GUȘĂ et MIRCEA DUDICI-RUSCIOR, Influence des barrières diélectriques poreuses sur la décharge couronne entre des électrodes en forme de fil et plan (Romanian, French summary) 87

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XX (XXIV), Вып. 3—4 1974

Секция III

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА. ЭЛЕКТРОНИКА. АВТОМАТИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Г. САВИН, НОРБЕРТ ЦИТРОН и ТРАЯН-ДАНИИЛ ГЛИГОР, К медленным колебаням в феррорезонансных цепях (нем., рез. рум.) 7

САВЕЛ МИТРЯ, К синтезу многофазных умножителей частоты (англ., рез. рум.) 15

ИЛИЕ ПОПЕСКУ, Исследование сдвига фаз φ сигнала возмущения и сигнала выхода в инерцйонных феррорезонансных цепях (рум., рез. франц.) 21

М. АНТОНЕСКУ, Способ для исследования характеристик нелинейных управляемых катушек с обратной связью (нем., рез. рум.) . . 31

ГАРИ ХЕРШКОВИЧ и ЭМИЛ ЛУКА, О сопротивлении кремьенных диодах в их использовании Варикап в постоянным и переменным режиме (англ., рез. рум.) 39

М. АНТОНИУ, Погрешности на электростатический — магнитоэлектрический компаратор (рум., рез. франц.) 49

АДРИЯН КРЕЦУ и ЭЛЕНА АГАФИЦЕЙ, Автоматическая компенсация ошибок трансформаторов тока с помощю маломощного электронного усилителя с вспомогательным трансформатором (рум., рез. франц.) 59

Г. КЫРЦИНЭ и ВИРДЖИЛ АЛЕКСАНДРЕСКУ, Субгрaмонический феррорезонанс в линий электропередачи (рум., рез. франц.) . . 69

ЕУДЖЕН ХНАТЮК, П. ЛЕОНТЕ и АДРИЯН БАРАБОЙ, О действие однофазного электромагнита переменного тока с коротко-замкнутым вичиком (рум., рез. франц.) 77

Н. ГАВРИЛАШ, РОДИКА ОЛАХ, МИРЧА ГУШЭ и МИРЧА ДУДИЧ-РУЩЙОР, Влияние пористых барьеров на коронной разряд в промежутке провод—плоскость (рум., рез. франц.) 87

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3–4, 1974
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

D.K. 538.551.25; 621.3.012

ÜBER LANGSAME SCHWINGUNGEN IN FERRORESONANTEN KREISEN *)

VON

GH. SAVIN, NORBERT ZITRON und TRAIAN-DANIIL GLIGOR

1. Einleitung

Der periodische und langsame Änderungsprozeß des Antwortssignals in den ferroresonanten Kreisen ist häufig in den letzten 50 Jahren beschrieben worden. Die langsame Schwingungen wurden im Jahre 1924 von K. Heegner [1], der sie „Schwebungen" nannte, entdeckt.

G. Suits [2] ist der erste Wissentschaftler der langsame Schwingungen mit der grundliegender Schaltung aus Abb. 1 erhielte. Es folgten, chronologisch, W. T. Thomson [3], A. S. Kasatkin [4], V. E. Bogoljubow [5], [7]. Obwohl in den weiter oben erwähnten Arbeiten das Prozeß richtig beschrieben wird, sind die Erklärungen über das Erzeugungsmechanismus der Schwingungen noch nicht zufriedenstellend.

In der im Jahre 1952 veröffentlichen Arbeit [8] schätzt A. E. Salomonowitsch richtig, daß die langsame Schwingungen (Eigenmodulation) nur in ferroresonanten Kreisen, die außer der nichtlinearen nichtträgen Spule oder dem nichtlinearen nichtträgen Kondensator, auch ein träges Kreiselement enthalten, erscheinen können, ab. In der zitierten Arbeit ist die spontane Erscheinung der langsamen Schwingungen im Kreise aus Abb. 1 nicht erklärt.

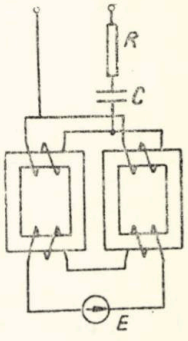


Abb. 1

L. A. Bessonow [9] beweisst, daß in einem bestimmten Parameternwertebereich des ferroresonanten Kreises mit nichtlinearer gesteuerter Spule die Abhängigkeitsfunktion zwischen den Gleichkomponenten H_0 und B_0, die bei freien Stromharmonischen bestimmt werden, einen abfallenden Teil zeigt. Obwohl der Untersuchungsweg streng ist scheint es, daß die dargelegte Theorie die Erscheinung der langsamen Schwingungen nichtrechtfertigen kann, besonders weil so ein abfallender Teil könnte, auch wenn die geraden Stromharmonischen nicht vorhanden sind, existieren.

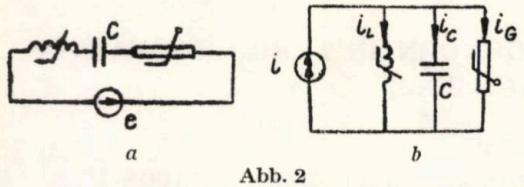
C. Hayashi [10] hat, theoretisch und erfahrungsmäßig, das selbe Prozeß der langsamen Schwingungen in ferroresonanten Kreisen mit nichtlinearen gesteuerten Spulen bei freier Magnetisierung (mit freien geraden Stromharmonischen) analysiert. In der theoretischen Untersuchung wird ein Gleichungssystem von zwei nichtlinearen Differentialgleichungen, eine Duffingsche Gleichung und eine zweite vom ersten Ordnung, deren Lösungen langsame Schwingungen sein können, verwendet. Die Ursachen, welche das träge Verhalten des Kreises bestimmen, werden nicht untersucht.

---

*) Mitgeteilt am XVII. Internationalen Kolloquium, Technische Hochschule Ilmenau, D.D.R., 16.—21. Oktober 1972.

2. Erfahrungsmäßige Beiträge zur Erklärung der langsamen Schwingungen die in ferroresonanten Kreisen mit nichtlinearen Spulen erscheinen

Von der von A. E. Salomonowitch [8] gegebener Hypothese ausgehend und zwar, daß im ferroresonanten Kreis langsame Schwingungen nur wenn ein träges Kreiselement vorhanden ist erscheinen können, hat man langsame Schwingungen mit Hilfe des einfachen Reihen- oder Parallelferroresonanzkreises erhalten (Abb. 2 *a* und entschprechend Abb. 2 *b*).

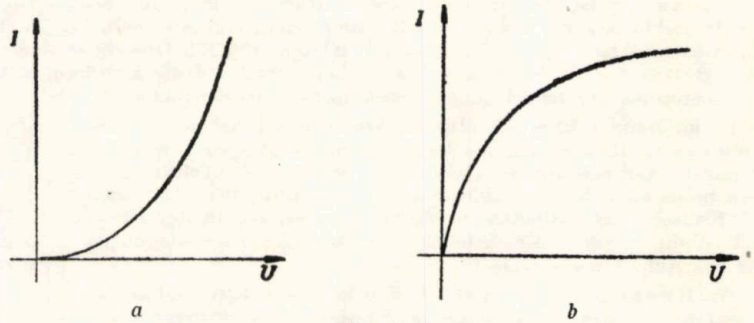


a *b*

Abb. 2

Im Falle der Reihenferroresonanzkreisen muß der nichtlineare träge Widerstand die Kennlinie der Lampe mit metallischem Heizfaden (Abb. 3 *a*) und, im Falle der Parallelferroresonanzkreisen muß er die Kennlinie der Lampe mit Kohlenheizfaden präsentieren (Abb. 3 *b*).

Die langsame Schwingungen haben in ferroresonanten Kreisen mit nichtlinearen gesteuerten Spulen im freien Magnetisierungsvorgang den weiter oben beschriebene Charakter, ihr Erzeugungsprozeß ist aber verschieden

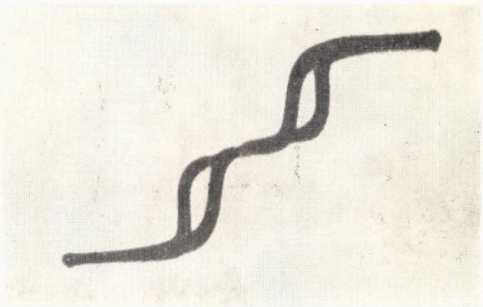


a *b*

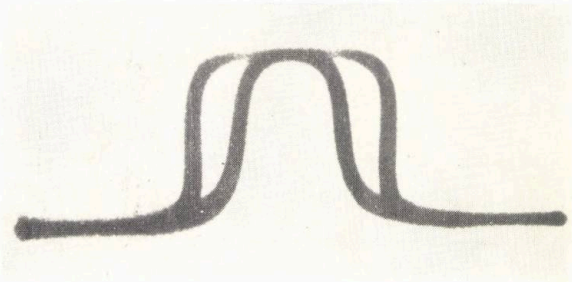
Abb. 3

Der freie Magnetisierungsvorgang wird durch Reihenschaltung der Arbeitswicklungen und Kurzschlußshaltung der Steuerungswicklungen, oder durch die Parallelschaltung der Arbeitswicklungen unabhängig von der Steuerungskreisimpedanz, erhalten.

In Abb. 4 *a* ist die Oszillogramme der Kennlinie $\psi_I + \psi_{II} = f_1(i)$, in Abb. 4 *b* die Oszillogramme der Kennlinie $\psi_I - \psi_{II} = f_2(i)$, im Falle der gezwungenen Magnetisierung, gezeigt. Die selben Oszillogrammen sind für den Fall der freien Magnetisierung in Abb. 5 *a* ($\psi_I + \psi_{II} = f_1'(i)$) und Abb. 5 *b* ($\psi_I - \psi_{II} = f_2'(i)$) gezeigt. Die Kennlinienform unterscheidet sich wesentlich von der Arbeit im gezwungenen Magnetisierungsvorgang zur Arbeit im freien Magnetisierungsvorgang. Mehr noch, während der Stromsteigung, im Falle der gezwungener Magnetisierung sich eine einzige $\psi_I + \psi_{II} = f_1(i)$ Kennlinie ergibt, die auch mit $(\psi_I + \psi_{II})_m = F(I_m)$ zusammenstimmt, erhält man, im

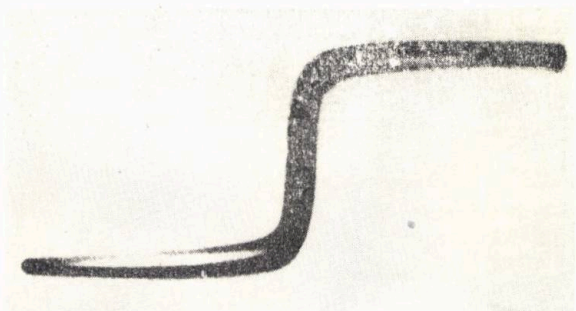


a

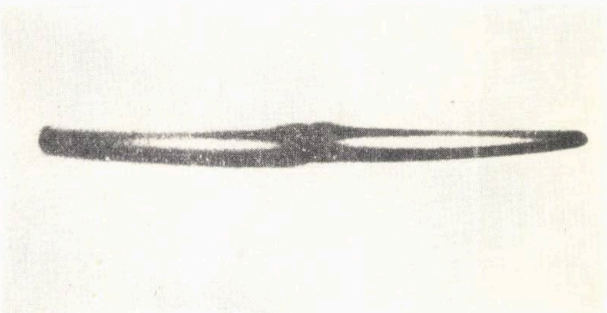


b

Fig. 4



a



b

Fig. 5

Falle der freien Magnetisierung eine solche Kennlinienfamilie. Durch Vernachläßigung des Hysteresis hat die Kennlinienfamilie die Form aus Abb. 6, wobei durch unterbrochene Linie die geometrische Ortskurve der Kennlinie $(\psi_I + \psi_{II})_m = F(I_m)$ dargestellt ist.

In beiden Arbeitsfällen der nichtlinearen gesteuerten Spule zeigen die Kennlinien $(\psi_I + \psi_{II})_m = F(I_m)$ auch eine ursprüngliche Nichtlinearität vor. Also präsentieren die Kennlinien U_L (I), für die Effektivwerte eine ursprüngliche Nichtlinearität in beiden Arbeitsfällen, weil U_L mit $(\psi_I + \psi_{II})_m$ proportional ist.

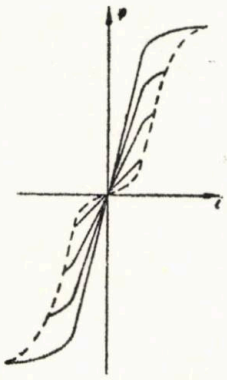


Abb. 6

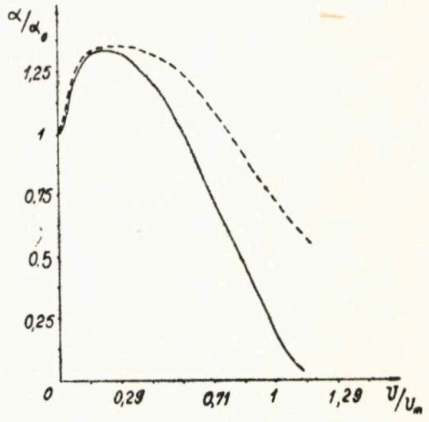


Abb. 7

In resonanten Kreisen die gesteuerte Spulen in freien Magnetisierungsvorgang enthalten können sich auch langsame Schwingungen als Folge der sprunghaftiger periodischer Änderung des Antwortssignals erregen. Dieses besondere Verhalten wird im folgenden erklärt. Aus Abb. 6 bemerkt man, daß wenn die Stromamplitude geändert wird sich auch die Ursprungssteigung der Kennlinie $\psi_I + \psi_{II} = f_1(i)$ ändert. Diese Änderung findet aber nicht augenblicklich sondern in einer längerer oder weniger längerer Zeit, die von den Kernausmäße und vom Kernwerkstoff abhängig ist, statt. Es folgt, daß bei der ferroresonanten Sprungerscheinung die Induktivität sich mit Trägheit ändert und ihr Endwert nach irgendwelcher Zeit erreicht. Gleichfalls hat auch der den Verlusten äquivalente Widerstand ein träger Charakter weil sich auch die Hysteresisschleifeform mit der Zeit ändert.

Um die Erscheinung zu klären wurden experimentelle Bestimmungen über die Änderungsdauer der Gleichkomponente des magnetischen Flußes beim ferroresonanten Sprung vorgenommen. Wie es bekannt ist enthält die Flußdifferenz $\psi_I - \psi_{II}$ eine Gleich- und eine mit doppelter Frequenz Wechselkomponente. Die Gleichkomponente ändert sich in Abhängigkeit von der Wechselgrundkomponente der Erregung. In Abb. 7 ist experimentell, für normierte Werte, die Gleichkomponentenänderung des magnetischen Flußes für die zwei Arbeitsfälle der nichtlinearen gesteuerten Spule (gezwungener Magnetisierungsvorgang —unterbrochene Linie, freier Magnetisierungsvorgang — volle Linie).

Gleichzeitig mit der Änderung der Induktionsgleichkomponente erscheinen im ferromagnetischen Kern Wirbelströme, die die Verspätung der Feststellung der Gleichinduktion bei ihrem Endwert verursachen. Über diese Verspätung (magnetische Nachwirkung) wurden viele Versuche in Verbindung mit dem Prozeß der auch unter der Bezeichnung „magnetische Viskosität" bekannt ist, gemacht. Die Wirkung der Wirbelströme trennt sich von der Viskositätswirkung deutlich durch seine viel kleinere Dauer (1...2 Sek. bei den gewöhnlichen Eisenblechen) und durch die Abhängigkeit von den geometrischen Probenausmäßen.

Brissonneau [12] erlangte zur Folgerung, daß bei den ferromagnetischen Werkstoffen praktisch unmöglich ist, im Falle der plötzlichen Änderungen der magnetischen Induktion, im jeden Moment den Beitrag der induzierten Strömen vorauszusehen. Das ist nicht nur den mathematischen Schwierigkeiten, sondern auch dem besonderen Verhalten der ferromagnetischen Werkstoffen zu verdanken.

Mit der Schaltung aus Abb. 8 wurden Messungen der Gleichkomponentenänderung der magnetischen Induktion nach 0,5 Sek. von der sinusförmigen Spannungsanlegung an die Arbeitswicklungen durchgeführt. Man gelangte zu den folgenden Bemerkungen:

a) Im Falle der nichtlinearen gesteuerten Spulen im freien Magnetisierungsvorgang haben sich die Galvanometerabweichungen in der selben Richtung unabhängig von der Spannungsphase im Anlegungsmoment erhalten.

b) Im Falle der nichtlinearen gesteuerten Spulen im gezwungenen Magnetisierungsvorgang hatten die Galvanometerabweichungen verschiedene Richtungen in Abhängigkeit von der Spannungsphase im Anlegungsmoment.

Diese Bemerkungen führten zur Schlußfolgerung, daß die Zeitänderung der Gleichkomponente der magnetischen Induktion, magnetische Nachwirkung, im Falle des freien Magnetisierungsvorgang viel ausgesprochener ist.

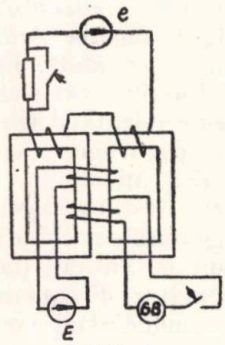


Abb. 8

Aus den Berichten von Wwedensky [13], [14] folgt, daß die Zeit in welcher sich die Wirbelströme äußern ist mit der Änderung der magnetischen Kerninduktion proportional. Aus Abb. 7 folgt, daß bei der selben bezüglichen Spannungsänderung eine viel größere bezügliche Induktionänderung im Falle der freien Magnetisierung als bei der gezwungener Magnetisierung entschpricht. Diese Tatsache ist bestimmt eine der Ursachen der Prozeßäußerung. Falls man alle Erscheinungen die im magnetischen Kern in den zwei Magnetisierungsfällen stattfinden betrachtet, so können auch andere Ursachen die diese ungewöhnliche Dauer der magnetischen Nachwirkung rechtfertigen, gefunden werden.

Das Effekt wurde auch im Falle der Ferritenkerne, wo keine Wirbelströme erscheinen, beobachtet. Es existiert also eine magnetische Nachwirkung die sich nur im freien Magnetisierungsvorgang äußert.

Infolgedessen ist die träge Änderung der nichtlinearen Spuleninduktivität die Grundursache der im ferroresonanten Kreis erregten langsamen Schwingungen. Eine untergeordnete Wichtigkeit hat aber auch die träge Änderung der den Verlusten aus dem ferromagnetischen Kern äquivalenten Widerstand.

Die Schwingungsperiode ist hauptsätzlich vom Milderungsgrad der geraden Harmonischen abhängig. So, im Falle der nichtlinearen gesteuerten Spulen mit den in Reihe geschalteten Arbeitswicklungen wächst die Frequenz der langsamen Schwingungen zusammen mit dem Widerstandswachsen. Wenn der Milderungsgrad viel wächst dann verschwinden die Schwingungen.

Die Kapazität des Kondensators grenzt den Existenzbereich der langsamen Schwingungen ab. Für sehr große Kapazitätswerte existiert die Möglichkeit, daß sich nach dem Sprung unterharmonische Schwingungen erregen.

Eine wesentliche Rolle spielt auch der in Reihe mit den Arbeitswicklungen geschaltete Widerstand. Es ist ersichtlich, daß in diesem Widerstand auch der die Verluste im ferromagnetischen Kern einschätzt eingeschlossen ist.

Die langsame Schwingungen sind auch von einer Spektrumsänderung des Antwortssignals begleitet. Diese Änderung wurde von C. Hayashi [10] durch harmonische Analyse untersucht. In bestimmten Bedingungen können sich auch Unterharmonischen des grundliegenden Signals, die sich überlagern und seine Wellenform verzerren, erregen.

In den durchgeführten Versuchen hat man auch Ferroresonanzsprünge im gezwungenen Magnetisierungsvorgang, oder langsame Schwingungen im freien Magnetisierungsvorgang, ausschließlich für die Signalharmonischen erlangt. Diese Tatsache wurde bis jetzt in der Literatur nicht zitiert.

3. Parallelferroresonanzkreis mit nichtlinearer gesteuerter Spule im freien Magnetisierungsvorgang, linearem Kondensator und linearem Widerstand

Man betrachtet den mit sinusförmigen Strom gespeisten Parallelkreis (Abb. 9 *a*), wobei die nichtlineare gesteuerte Spule im freien Magnetisierungs vorgang vom Typ mit zwei Kerne (Abb. 9 *b*), ist.

Der erste Kirchhoffsche Satz ermöglicht die Gleichung:

$$i = i_L + i_C + i_G \tag{1}$$

zu schreiben, wobei:

$$\begin{cases} i_2 = C\dfrac{\mathrm{d}^2(\psi_I + \psi_{II})}{\mathrm{d}t^2}, \\ i_G = G\dfrac{\mathrm{d}(\psi_I + \psi_{II})}{\mathrm{d}t}. \end{cases} \tag{2}$$

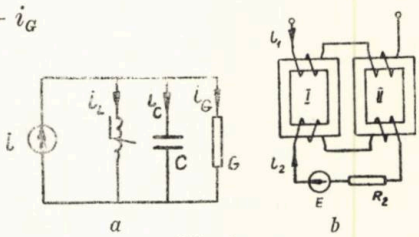


Abb. 9

Für die Bestimmung von i_L werden die entschprechenden Durchflutungen der zwei Kerne geschrieben:

$$i_1 + i_2 = k_1\psi_I + k_3\psi_I^3, \quad i_1 - i_2 = k_1\psi_{II} + k_3\psi_{II}^3. \tag{3}$$

Aus (3) wird der Strom $i_1 = i_L$ bestimmt:

$$i_1 = \frac{1}{2}\left[k_1 + \frac{3}{4}k_3(\psi_I - \psi_{II})^2\right](\psi_I + \psi_{II}) + \frac{k_3}{8}(\psi_I + \psi_{II})^3. \tag{4}$$

Setzt man jetzt (2) und (4) in (1) ein, dann ergibt sich:

$$\frac{d^2(\psi_I + \psi_{II})}{dt^2} + \frac{G}{C}\cdot\frac{d(\psi_I + \psi_{II})}{dt} + \left[\frac{k_1}{2C} + \frac{3}{8C}k_3(\psi_I - \psi_{II})^2\right](\psi_I + \psi_{II}) + \frac{k_3}{8C}(\psi_I + \psi_{II})^3 = \frac{I_m}{C}\sin\omega t. \tag{5}$$

Der zweite Kirchhoffsche Satz ergibt für den Steuerungskreis der nichtlinearen Spule die Gleichung:

$$\frac{d(\psi_I - \psi_{II})}{dt} + R_2 i_2 = E. \tag{6}$$

Aus dem System (3) kann man den Strom:

$$i_2 = \left[\frac{k_1}{2} + \frac{3k_3}{8}(\psi_I + \psi_{II})^2\right](\psi_I - \psi_{II}) + \frac{k_3}{8}(\psi_I - \psi_{II})^3, \tag{7}$$

erhalten.

Durch Normierung der Gleichungen (5) und (7) wird das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2u}{d\tau^2} + \alpha\dfrac{dv}{d\tau} + (\alpha_1 + \beta u^2)v + a_3v^3 = K\sin\tau, \\ \dfrac{du}{d\tau} + b_1u + b_3u^3 + \gamma uv^2 = K_0, \end{cases} \tag{8}$$

erhalten, wobei:

$$\begin{cases} \psi_I + \psi_{II} = v\psi_m, \quad \psi_I - \psi_{II} = u\psi_m, \quad \omega t = \tau, \quad \dfrac{G}{C\omega} = \alpha, \quad \dfrac{k_1}{2C\omega^2} = a_1, \\ \dfrac{3k_3\psi_m^2}{8C\omega^2} = \beta, \quad \dfrac{k_3\psi_m^2}{8C\omega^2} = a_3, \quad \dfrac{I_m}{\psi_m C\omega^2} = K, \quad \dfrac{R_2k_1}{2\omega} = b_1, \\ \dfrac{k_3R_2}{8\omega}\psi_m^2 = b_3, \quad \dfrac{3}{8\omega}k_3\psi_m^2R_2 = \gamma, \quad \dfrac{E\psi}{\psi_m\omega} = K_0. \end{cases} \tag{9}$$

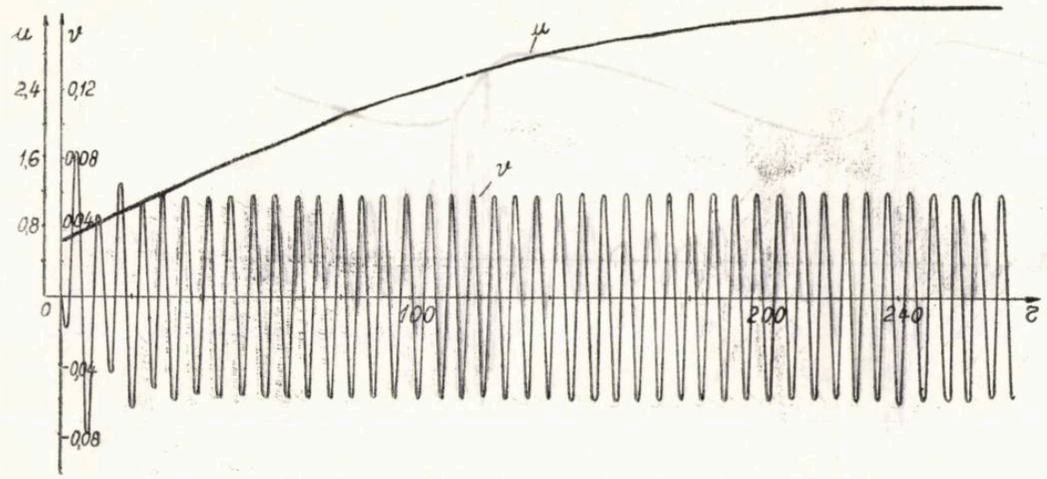

u
v
2,4
1,6
0,8
0,12
0,08
0,04
-0,04
-0,08
0
100
200
240
τ
μ
v

Abb. 10

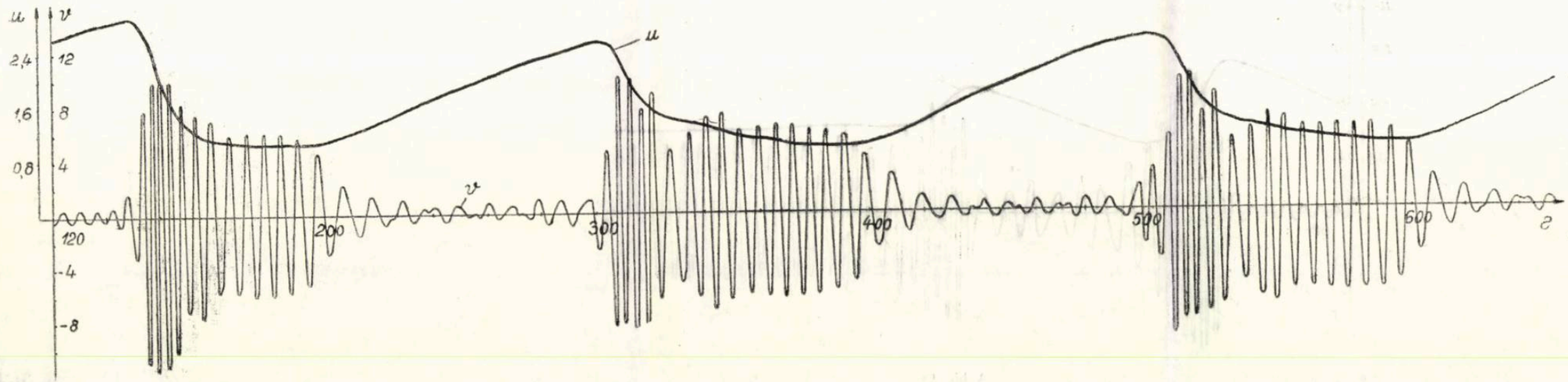

u
v
2,4
1,6
0,8
12
8
4
120
-4
-8
200
300
400
500
600
τ
u
v

Abb. 11

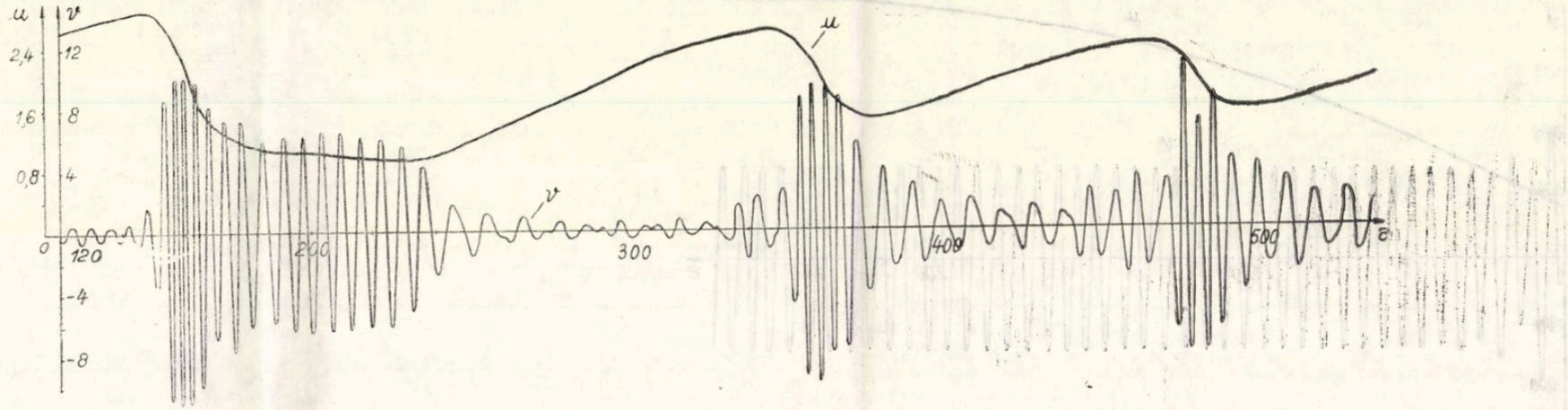
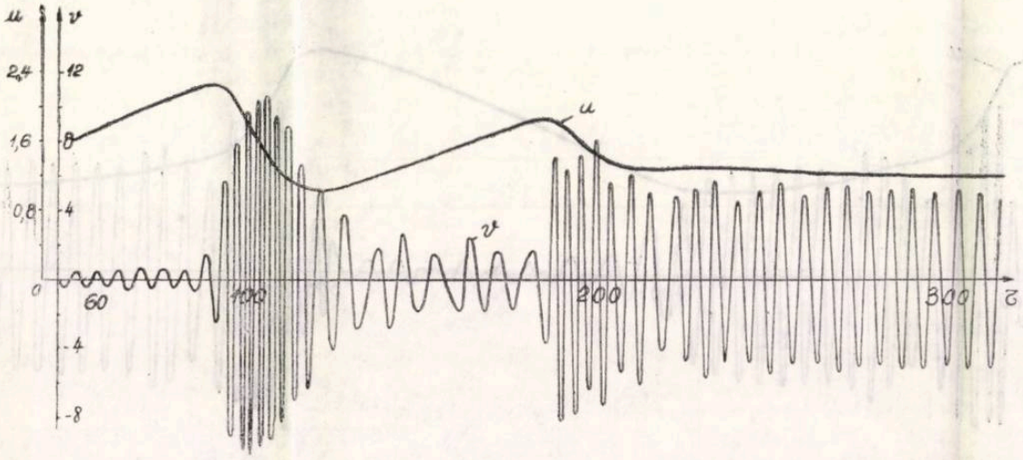

u
v
2,4
1,6
0,8
12
8
4
-4
-8
0
120
200
300
400
500
u
v
v
z

Abb. 12


u
v
2,4
1,6
0,8
12
8
4
-4
-8
0
60
100
200
300
u
v
z

A bb. 13

Werden die Lösungen des Systems (8) von der Form:

$$v = x(\tau)\sin\tau + y(\tau)\cos\tau, \quad u = u(\tau), \tag{10}$$

betrachtet, dann durch Vernachläßigung von $d^2x/d\tau^2$, $d^2y/d\tau^2$ in bezug zu $dx/d\tau$ und betreffend $dy/d\tau$ und von $dx/d\tau$, $dy/d\tau$ in bezug zu x und y ergibt sich:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{d\tau} = \dfrac{1}{2}\left[y - \alpha x - (a_1 + \beta u^2)y - \dfrac{3}{4} a_3 y(x^2 + y^2)\right], \\ \dfrac{dy}{d\tau} = \dfrac{1}{2}\left[-x - \alpha y + (a_1 + \beta u^2)x + \dfrac{3}{4} a_3 x(x^2+y^2) - K\right], \\ \dfrac{du}{d\tau} = K_0 - b_1 u - b_3 u^3 - \dfrac{\gamma u}{2}(x^2 + y^2). \end{cases} \tag{11}$$

Der Gleichungssystem (11) wurde durch Anwendung der Runge-Kutta Formeln von vierten Ordnung mit Hilfe eines Digitalrechners, mit einem in FORTRAN-IV geschriebenen Programm, integriert.

Im folgenden wird die Lösung des Systems für vier Varianten, zwei in welchen langsame Schwingungen erscheinen und zwei in welchen solche Schwingungen nicht erscheinen, präsentiert.

Tafel 1

	I. Variante	II. Variante	III. Variante	IV. Variante
α	0,2	0,2	0,2	0,2
β	0,018	0,09	0,09	0,135
$\gamma/2$	0,00056	0,00056	0,00056	0,00056
a_1	0,0086	0,043	0,043	0,0645
a_3	0,006	0,03	0,03	0,045
b_1	0,00054	0,00054	0,00054	0,00054
b_3	0,000375	0,000375	0,000375	0,000375
K_0	0,02	0,02	0,02	0,02
K	0,06	0,25	0,3	0,45
$x(0)$	0	0	0	0
$y(0)$	0	0	0	0
$u(0)$	0,66	0,66	0,66	0,66

In der Tafel 1 sind die Koeffizientenwerte der vier gewählten Varianten für welche man betreffend: periodische Schwingungen von kleiner Amplitude (vor dem ferroresonanten Sprung), langsame Schwingungen mit viel größerer Rückgangs- als Zugangsdauer, langsame Schwingungen mit gleichen Rückgangs- und Zugangsdauer und periodische Schwingungen mit großer Amplitude (nach dem ferroresonanten Sprung). Die periodischen Kurven für diese Varianten sind in Abb. 10...13 gezeigt.

Das Zusammenfallen zwischen den erfahrungsmäßigen und denen mit dem Digitalrechner gelangten Ergebnissen ist, bezüglich zum Signal $\psi_I + \psi_{II} \rightarrow v$ sowie auch zum Signal $\psi_I - \psi_{II} \rightarrow u$, bemerkenswert.

Aus der I. Variante folgt eine asymptotische Steigung der Größe u und aus der IV. Variante folgt, daß nach dem Übergangsprozeß sich diese Größe verkleinert. Diese Tatsachen wurden auch erfahrungsmäßig geprüft (Abb. 7).

Die ausführliche theoretische und erfahrungsmäßige Untersuchung zeigt, daß praktisch unabhängig von den Anfangsbedingungen langsame Schwingungen für bestimmte Werte der Parametern und des Erregungssignals erscheinen. Erfahrungsmäßig wurde festgestellt, daß die Anfangsbedingungen nur bei den Grenzen des Existenzbereiches der langsamen Schwingungen wichtig sind.

Eingegangen am 25. Oktober 1974

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Grundlagen der Elektrotechnik
und Elektrische Messungen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Heegner K., *Über Selbsterregungserscheinungen bei Systemen mit gestörter Superposition.* Ztschr. f. Phys., **29**, 91 (1924).
2. Suits C. G., *Flashing Lamp without Moving Parts.* El. World, 1038 (1932).
3. Thomson W. T., *Resonant Nonlinear Control Circuits.* Trans. AIEE, **57**, 469–476 (1938).
4. Касаткин А. С., *Медленные колебания в феррорезонансных цепях.* Тр. МЭИ, *3* (1940).
5. Боголюбов В. Е., *Квазирелаксационные колебания в феррорезонансных цепях.* Тр. МЭИ, *3* (1948).
6. Боголюбов В. Е., *Квазирелаксационные колебания в феррорезонансных цепях с подмагничиванием.* Электричество, *6* (1947).
7. Боголюбов В. Е., *Переходные процессы в дросселя насыщения, вызванные изменением напражения.* Электричество, *3* (1950).
8. Саломоннович А. Е., *Автомодуляция при феррорезонансе.* ЖТФ, **XXII**, *2* (1952).
9. Бессонов Л. А., *Автоколебания в электрических цепях со сталю.* ГЭИ, М., 1958.
10. Hayashi C., *Nonlinear Oscillations in Physical Systems.* Mc. Graw Hill, N. Y., 1964.
11. Savin Gh., Simion E., Popescu I., *Circuit à double ferrorésonance utilisant des bobines à noyaux ferromagnetiques magnetisées en courant continu.* RGÉ, **74**, *5*, 393–396 (1965).
12. Brissonneau P., J. de Phys. et de Rad., **19**, *4*, 490 (1958).
13. Wwedensky B., Ann. Phys., **64**, 609 (1921).
14. Wwedensky B., Ann. Phys., **66**, 110 (1921).

ASUPRA OSCILAŢIILOR LENTE ÎN CIRCUITE FEROREZONANTE

(Rezumat)

Se analizează apariţia oscilaţiilor lente în circuite ferorezonante cu bobine neliniare comandate, explicîndu-se natura lor. Se constată experimental că vîscozitatea magnetică este mai puternică în cazul regimului de magnetizare liberă a bobinei comandate, ceea ce reprezintă şi condiţia necesară de funcţionare a bobinei comandate, pentru a apare oscilaţii lente în circuitul ferorezonant.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3–4, 1974
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

D. C. 621.314.263

ON THE SYNTHESIS OF MULTI-PHASE MAGNETIC FREQUENCY MULTIPLIERS

BY

SAVEL MITREA

1. Introduction

Tchebysheff's polynomials of the first kind can be written, for $x \in [-1, 1]$, under the following two forms:

$$T_n(x) = \cos(n \arccos x) \text{ — trigonometric form,} \tag{1}$$

$$T_n(x) = \frac{1}{2}[(x + \sqrt{x^2-1})^n + (x - \sqrt{x^2-1})^n] \text{ — algebraic form,} \tag{2}$$

where n is positive integer.

By substituting into either of the above relations

$$x = \cos \omega t, \tag{3}$$

where ω is the angular frequency and t the time, we obtain

$$T(\cos \omega t) = \cos n\omega t. \tag{4}$$

It is seen from (4) that if a device has an input — output characteristic expressed by a Tchebysheff polynomial of order n, by applying an input signal of the form (3) the output signal will be of the same amplitude but its frequency will be n times the input one. This is well known in the literature [1]. In [2], [3] it is shown how to sinthesize such devices by making use of the algebraic form of the polynomials. Naturally, both input and output are single-phased.

In this paper the author shows some ways of how these polynomials are to be used in order to get ferromagnetic frequency multipliers whose input is always multi-phased and the output is either single-phased or multi-phased.

2. Multi-Phase-Input to Single-Phase-Output Frequency Multipliers

Since we have a multi-phase input the expression of the signal at one of the inputs must take account of the phase, so that:

$$x = \cos(\omega t + \varphi). \tag{5}$$

This signal is applied to the single-phase frequency multiplier corresponding to that input so as, according to (1) and (4), we have:

$$T_n(\cos(\omega t + \varphi)) = \cos(n\omega t + n\varphi). \tag{6}$$

Let us assume that one of the inputs is taken as reference so as its phase φ is zero and so will be the phase of the corresponding output. Since the overall output signal is obtained by adding the output signals of all single-phase frequency multipliers connected to the phase-shifted inputs they must be in-phase with the reference output signal. Hence, the phases of the inputs must be such that

$$\cos n\omega t = \cos(n\omega t + n\varphi). \tag{7}$$

This leads to

$$n\varphi = 2k\pi \quad \text{and} \quad \varphi = \frac{2k\pi}{n}. \tag{8, 9}$$

The input phases φ_k are obtained by putting in (9) $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$, which leads us to a symmetrical n-phase supply.

Let us consider, as an example, a five-phase-supplied frequency quintupler consisting, as it was shown above, of five single-phase quintuplers whose output frequencies are five times the input one and, at the same time, all the output signals are in-phase. Also, we suppose they are constructed by following the algebraic form of Tchebysheff polynomials.

The input—output characteristic obtained by setting $n = 5$ in (2) will be

$$T_5(x) = 16x^5 - 20x^3 + 5x. \tag{10}$$

This means that the input—output characteristic of a single-phase frequency quintupler is obtained by making use of three nonlinear elements whose driving-point characteristics are quintic, cubic and linear, respectively. Their outputs must be connected together in such a way so as to observe the signs.

By substituting $x = \cos \omega t$ into (10) we get

$$T_5(\cos \omega t) = (\cos 5\omega t + 5 \cos 3\omega t + 10 \cos \omega t) - 5(\cos 3\omega t + 3 \cos \omega t) + 5 \cos \omega t. \tag{11}$$

It is seen that the outputs of elements with cubic and linear characteristics serve only to eliminate the harmonics of order lower than five.

Let us retain only the element with the quintic characteristic in each of the five quintuplers. Their output signals will be

$$
(12)\quad \begin{cases} T_5(\cos \omega t) = \cos 5\omega t + 5\cos 3\omega t + 10\cos \omega t, \\ T_5(\cos(\omega t + 72°)) = \cos 5\omega t + 5\cos(3\omega t + 216°) + 10\cos(\omega t + 72°), \\ T_5(\cos(\omega t + 144°)) = \cos 5\omega t + 5\cos(3\omega t + 432°) + 10\cos(\omega t + 144°), \\ T_5(\cos(\omega t + 216°)) = \cos 5\omega t + 5\cos(3\omega t + 648°) + 10\cos(\omega t + 216°), \\ T_5(\cos(\omega t + 288°)) = \cos 5\omega t + 5\cos(3\omega t + 864°) + 10\cos(\omega t + 288°). \end{cases}
$$

It is easily seen that the third harmonic and the fundamental signals constitute symmetrical five-phase systems and they give zero by addition whereas the fifth harmonics are in-phase. Consequently, in constructing multi-phase-input to single-phase-output frequency multipliers we may retain only the elements having the highest order characteristic.

Taking into account that the input can be either sine-voltage or sine-current and that the frequency ratio, n, can be odd or even, we obtain the four types of static ferromagnetic frequency multipliers shown in Figs. 1 ,..., 4. The first three types are generally known in the literature. A frequency quadrupler of the type shown in Fig. 4 was presented by the author in [4]. If we consider even-order frequency multipliers we find out that the number of nonlinear elements and the corresponding outputs can be in number of $n/2$ sin ce to any input signal with the

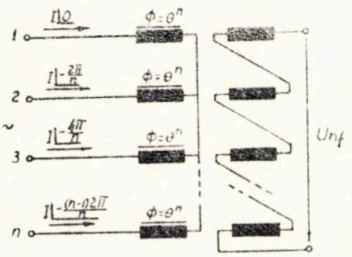


Fig. 1. — Multi-phase-input to single-phase-output odd integer frequency multiplier: $\theta = Ni$ — magnetomotive force, Φ — cross-sectional magnetic flux, I — sine-current, U — sine-voltage.

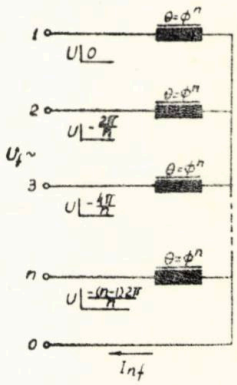


Fig. 2. — Multi-phase-input to single-phase-output odd integer frequency multiplier; input — sine-voltage; output — sine-current.

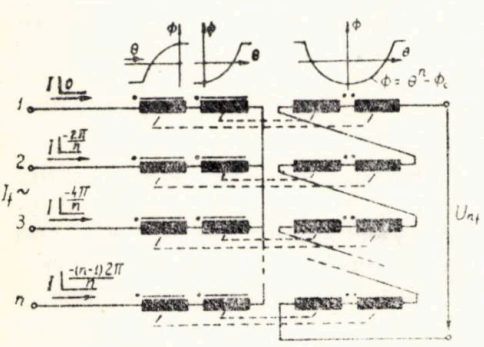


Fig. 3. — Multi-phase-input to single-phase-ou tput even integer frequency multiplier; input — sine-current; output — sine-voltage.

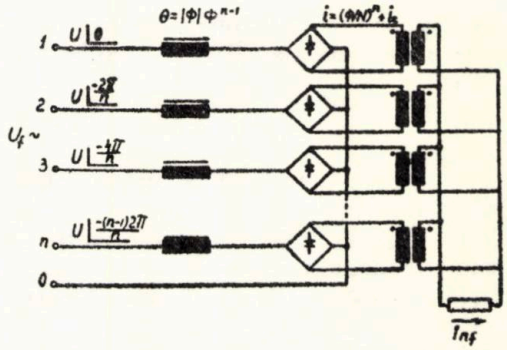


Fig. 4. — Multi-phase-input to single-phase-output even integer frequency multiplier; input — sine-voltage; output — sine-current.

phase φ there always corresponds another one with the phase $\varphi + 180°$ and the two corresponding outputs are always in-phase.

3. Multi-Phase-Input to Multi-Phase-Output Frequency Multipliers

We may see from the preceeding that a symmetrical n-phase source supplying n identical n-order single-phase frequency multipliers gives at the output n in-phase signals. We have also seen that the same resultant output is obtained if we retain in each phase only the nonlinear element having the n-th order characteristic.

Let us suppose we need a m-phase symmetrical output whose frequency be n as before. Then we use m frequency multipliers of the type shown in Fig. 1 through Fig. 4 whose outputs must be shifted one from another by $\alpha = 2\pi/m$. As is seen from (6) the phase of output is n times the input one so as the symmetric star phasor-diagrams corresponding to the input of each multiplier will be phase-shifted one from another by $\beta = 2\pi/nm$. That is, a m-phase frequency multiplier of order n will require $n \times m$ nonlinear elements, having characteristics of the form $y = x^n$, and $n \times m$ phase-shifted inputs as well. This is a general way for constructing frequency multipliers irrespective of n or m.

Now let us suppose that there is a single-phase n-order frequency multiplier, constructed after [2], [3] or [5], in each of the q phases of a symmetrical input. The phases of output signals will be, according to (6),

$$\alpha_k = \frac{2nk\pi}{q}, \tag{13}$$

where $k = 1, 2, 3, ..., q$.

If $q = n$ all the output signals will be in-phase for any k, so as, if we wish to obtain a multiphase output we must to resort to the general method presented before.

If $q \neq n$ the output signals will constitute a q-phase symmetrical system. Consequently, in this case, the use of complete single-phase frequency multipliers in each phase of the input leads us to the obtaining of multiphase outputs in a much simpler way.

4. Conclusions

Tchebysheff's polynomials of the first kind can be succesfully used for the synthesis of single-phase and multi-phase frequency multipliers. In order to cover as large an area as possible both the algebraic and the trigonometric forms must be used. The trigonometric form is most suitable for the synthesis of multi-phase-input to multi-phase-output frequency multipliers.

Received, October 22, 1974

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Electrical Engineering
and Electrical Measurements

REFERENCES

1. Phillipow E., *Nichtlineare Elektrotehnik*. Akad. Verlagsgesellshaft Geest & Portig, K.—G., Leipzig, 1963.
2. Mitrea S., *On the Synthesis of Single-Phase Odd Integer Magnetic Frequency Multiples*. Bul. Inst. polit. Iași, XVIII (XXII), *1—2*, s. III, 23—28 (1972).
3. Mitrea S., *On the Synthesis of Single-Phase Even Integer Magnetic Frequency Multipliers*. Bul. Inst. polit. Iași, XVIII (XXII), *3—4*, s. III, 29—34 (1972).
4. Mitrea S., *A New Multi-Phase-Supplied Frequency Multiplier*. Bul. Inst. polit. Iași, XVIII (XXII), *1—2*, s. III, 45—48 (1972).
5. Savin Gh., Mitrea S., Zitron N., *Single-Phase Static Ferromagnetic Frequency Multiplier with Odd Multiplication Factor*. Bul. Inst. polit. Iași, XV (XIX), *1—2*, s. III, 25—32 (1969).

ASUPRA SINTEZEI MULTIPLICATOARELOR DE FRECVENȚĂ MAGNETICE POLIFAZATE

(Rezumat)

Polinoamele Cebîșev se utilizează în sinteza multiplicatoarelor de frecvență statice. În lucrări anterioare ale autorului se studiază modul de utilizare al acestora în sinteza multiplicatoarelor de frecvență monofazate. În lucrarea de față se arată că se pot obține atît multiplicatoare cu intrare polifazată și ieșire monofazată cît și multiplicatoare cu intrare polifazată și ieșire de asemenea polifazată.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3–4, 1974
Secția III
ELECTROTEHNOCĂ. ELECTRONOCĂ. AUTOMATIZĂRI

C. Z. 538.551.25 ; 621.3.012

STUDIUL DEFAZAJULUI φ ÎNTRE SEMNALUL EXCITAȚIE ȘI SEMNALUL RĂSPUNS ÎN CIRCUITE FEROREZONANTE INERȚIALE *)

DE

ILIE POPESCU

1. Introducere

În studiul circuitelor neliniare de tip ferorezonant prezintă interes comportarea defazajului φ dintre semnalul excitație și semnalul răspuns atunci cînd circuitul este considerat inerțial. Evident se consideră numai cazul circuitelor ferorezonante excitate de semnale sinusoidale.

În analiza circuitului ferorezonant de tip inerțial (liniarizat pentru valori instantanee) se utilizează metoda „amplitudinii complexe" [5], care permite o scriere destul de simplă a ecuației de funcționare și de asemenea îngăduie introducerea unei scheme echivalente circuitelor de tip ferorezonant inerțial.

2. Schema echivalentă a circuitului ferorezonant. Ecuații.

Se consideră o schemă echivalentă de tip cuadripol, de matrice fundamentală $[\underline{A}]$, cunoscută (fig. 1). La bornele de intrare se aplică un semnal de excitație sinusoidal iar la cele de ieșire se conectează bobina cu miez feromagnetic (BMF). Ecuațiile de funcționare ale circuitului ferorezonant astfel obținut (fig. 1) sînt, sub formă matriceală, de forma :

$$(1)\quad \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix},$$

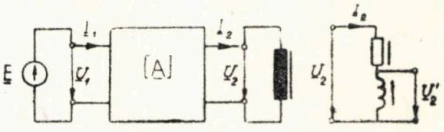


Fig. 1

unde :

$$(2)\quad \operatorname{tg}\varphi_k = \mathcal{I}m\left(\frac{\underline{U}_k}{\underline{I}_k}\right) \Big/ \mathcal{R}e\left(\frac{\underline{U}_k}{\underline{I}_k}\right) = F_k, \text{ cu } F_k = F_k\,(\underline{U}_k,\ \underline{I}_k,\ [\underline{A}]) = F_k\,(P,\ [\underline{A}]).$$

*) Prezentată la sesiunea științifică a Institutului politehnic din Iași, 2–4 iulie 1970.

Bobina cu miez feromagnetic reală se reprezintă în circuitul studiat (fig. 1) printr-o schemă echivalentă serie (rezistența de pierderi r fiind admisă liniară). În acest caz caracteristica V-A a BMF ideale se aproximează printr-un polinom de puteri de forma:

$$i_2 = \sum_{k=1}^{n} a_k \Psi^k. \tag{3}$$

Întrucît circuitul este considerat inerțial se consideră semnalul răspuns Ψ (fluxul prin bobină) de forma semnalului excitație [4]:

$$\Psi = \Psi_m \sin \tau, \quad \tau = \omega t. \tag{4}$$

Utilizînd metoda „amplitudinii complexe" curentul $\underline{I}_2$ și tensiunea $\underline{U}_2$ la bornele bobinei reale se pot calcula după cum urmează. În prealabil se observă că:

$$i_2 = \sum_{k=1}^{n} a_k \Psi_m^k \sin^k \tau,$$

încît

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_2(a_k, \Psi_m^k) = P(a_k, \Psi_m^k) = I_2 e^{j0}. \tag{5 a}$$

Pe de altă parte

$$\underline{\Psi} = \Psi e^{j0}, \quad \underline{U}_2' = j\omega\Psi_m \tag{5 b}$$

și deci

$$\underline{U}_2 = r\underline{I}_2 + \underline{U}_2' = r\underline{I}_2 + j\omega\Psi_m, \tag{5 c}$$

unde U_2' reprezintă tensiunea la bornele bobinei ideale.

Ținînd seama de relațiile (1), (5 a) și (5 b) ecuațiile circuitului ferorezonant, scrise sub formă matriceală, devin:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r\underline{I}_2 + j\omega\Psi_m \\ P(a_k, \Psi_m^k) \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Din (6) se poate deduce imediat atît caracteristica V-A rezultantă a circuitului ferorezonant (rel. (7)) cît și expresia analitică a defazajului φ dintre semnalele excitație și răspuns la bornele de intrare a circuitului (fig. 1). Astfel, deoarece

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{A + jB}{C + jD}, \tag{7}$$

cu $U_1^2 = A^2 + B^2 = U_1^2([\underline{A}], P)$, rezultă:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{BC - AD}{BD + AC}, \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\Psi_m}{rI_2} = \frac{\Psi_m}{rP}, \tag{8}$$

unde A, B, C, D sînt mărimi reale date de expresiile:

$$(9)\quad \begin{cases} A = rI_2\,\mathcal{R}e(\underline{A}_{11}) - \omega\Psi_m\,\mathcal{I}m(\underline{A}_{11}) + I_2\mathcal{R}e(\underline{A}_{12}), \\ B = \omega\Psi_m\mathcal{R}e(\underline{A}_{11}) + I_2\,\mathcal{I}m(\underline{A}_{12}) + rI_2\,\mathcal{I}m(\underline{A}_{11}), \\ C = rI_2\,\mathcal{R}e(\underline{A}_{21}) - \omega\Psi_m\mathcal{I}m(A_{21}) + I_2\,\mathcal{R}e(A_{22}), \\ D = rI_2\,\mathcal{I}m\,(\underline{A}_{21}) + \omega\Psi_m\mathcal{R}e(\underline{A}_{21}) + I_2\,\mathcal{I}m(\underline{A}_{22}). \end{cases}$$

Se poate observa că defazajele φ_1 și φ_2 depind de mărimile și parametrii din circuit (rel. (8)). În cazul cînd variază numai fluxul Ψ_m prin bobină, funcțiile φ_1, φ_2 sînt monotone (nu prezintă variații prin salt). Într-adevăr notînd $\operatorname{tg}\varphi_1 = F_1$ rezultă :

$$\mathrm{d}\varphi_1 = \frac{\mathrm{d}F_1}{1+F_1^2} \quad \text{și} \quad \frac{\mathrm{d}\varphi_1}{\mathrm{d}\Psi_m} = \frac{F_1'(\Psi_m)}{1+F_1^2}.$$

Se observă că :

$$(10)\quad F_1' = \frac{(A^2+B^2)(C'D-CD') + (C^2+D^2)(AB'-A'B)}{(AC+BD)^2} \neq 0,\ (1+F_1^2 \neq \infty).$$

De asemenea dacă se notează $\operatorname{tg}\varphi_2 = \Psi_m/rI_2 = F_2$ se deduce ușor că :

$$(11)\quad F_2'(\Psi_m) \neq 0.$$

Așadar funcțiile $\varphi_1(\Psi_m)$ și $\varphi_2(\Psi_m)$, date de relațiile (10) și (11), depind monoton de amplitudinea fluxului magnetic Ψ_m.

3. Circuit ferorezonant paralel

Se consideră un circuit ferorezonant paralel (inerțial), alimentat cu tensiunea sinusoidală $\underline{U}_1$. Schema echivalentă de tip cuadripol (fig. 1), pentru circuitul considerat, este reprezentată în fig. 2. În acest caz elementele matricei $[\underline{A}]$ sînt :

$$(12)\quad \underline{A}_{11} = 1 + R_1G_2,\ \underline{A}_{12} = R_1,\ \underline{A}_{21} = G_2 + \mathrm{j}\omega C,\ \underline{A}_{22} = 1,\ \left(G_2 = \frac{1}{R_2}\right).$$

Curentul I_2, pentru $n=3$, devine (v. rel. (3)) :

$$(13)\quad I_2 = a_1\Psi_m + a_3\Psi_m^3 = P(a_k,\ \Psi_m^k).$$

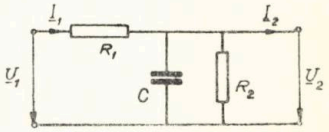


Fig. 2

Ținînd seama de relațiile (12) și (13) funcțiile A, B, C și D, date de (9), se pot scrie :

$$(14)\quad \begin{cases} A = (r + R_1 + rR_1G_2)\left(a_1\Psi_m + \frac{3}{4}a_3\Psi_m^3\right) - \omega^2CR_1\Psi_m, \\ B = (1 + R_1G_2 + rR_1Ca_1)\omega\Psi_m + \frac{3}{4}\omega CrR_1a_3\Psi_m^3, \\ C = (1 + rG_2)\left(a_1\Psi_m + \frac{3}{4}a_3\Psi_m^3\right) - \omega^2C\Psi_m, \\ D = \omega G_2\Psi_m + r\omega C\left(a_1\Psi_m + \frac{3}{4}a_3\Psi_m^3\right). \end{cases}$$

Dacă într-o primă aproximație se consideră atît bobina cu miez feromagnetic cît și condensatorul din circuit ideale ($r = 0$, $G_2 = 0$) atunci relațiile (14) devin :

$$(15)\quad \begin{cases} A = \left[(a_1 - \omega^2 C)\Psi_m + \frac{3}{4} a_3 \Psi_m^3\right] R_1, \; B = \omega \Psi_m, \\ C = (a_1 - \omega^2 C)\Psi_m + \frac{3}{4} a_3 \Psi_m^3, \quad D = 0. \end{cases}$$

Defazajul φ_1 dintre semnalul excitație, aplicat circuitului ferorezonant ideal, considerat inerțial și semnalul răspuns se obține particularizînd adecvat relația (8) :

$$(16)\quad \operatorname{tg} \varphi_1 = F_1 = \frac{B}{A}, \quad (C \neq 0).$$

Prezintă interes să se studieze comportarea defazajului φ_1 la variația mărimilor și parametrilor din circuit. Pentru a determina, de exemplu, dependența $\varphi_1(U_1)$, se consideră relațiile (7) și (16) constituind sistemul :

$$(17)\quad F_1 A - B = 0, \quad A^2 + B^2 - U_1^2 = 0.$$

Introducînd (15) în (17) se obține :

$$(18)\quad U_1^2 = \frac{(\omega - K_1 F_1)(1 + F_1^2)\omega^2}{K_2 F_1^3} = f(F_1),$$

cu

$$K_1 = (a_1 - \omega^2 C)R_1, \quad K_2 = \frac{3}{4} a_3 R_1.$$

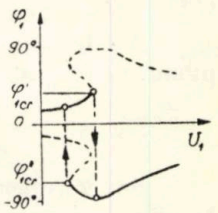


Fig. 3

Se observă că funcția $\varphi_1(U_1)$ (v. rel. (18)) prezintă o variație prin alt (fig. 3) iar punctele critice (de salt) se obțin impunînd condiția :

$$(19)\quad \frac{dU_1}{dF_1} = 0 .$$

Or

$$\frac{dU_1}{dF_1} = \frac{1}{\pm 2\sqrt{U_1^2}} \cdot \frac{dU_1^2}{dF_1} = 0$$

conduce la :

$$\frac{K_2 F_1^3 [-K_1 (1+F_1^2)\omega^2 + 2(\omega - K_1 F_1) F_1 \omega^2] - 3K_2 F_1^2 [(\omega - K_1 F_1)(1+F_1^2)]\omega^2}{K_2^2 F_1^6} = 0,$$

încît pentru $F_1 \neq 0$, ($\Psi_m \neq 0$), se obține ecuația :

$$\omega F_1^2 - 2K_1 F_1 + 3\omega = 0,$$

cu rădăcinile

$$F_{I,II} = \frac{K_1}{\omega} \pm \sqrt{\frac{K_1^2}{\omega^2} - 3}.$$

Așadar în cazul circuitului ferorezonant studiat în acest paragraf (fig. 2) există două valori ale tensiunii de intrare la care defazajul φ_1 variază prin salt (o valoare la creșterea tensiunii și alta la descreșterea ei) cu condiția ca $K_1 > \sqrt{3}\,\omega$ adică $R_{1cr} > \sqrt{3}\,\omega/(a_1 - \omega^2 C)$, inegalitate care asigură existența ferorezonanței.

În cazul cînd în circuit se modifică valoarea rezistenței R_1, dependența defazajului φ_1 de R_1, $\varphi_1(R_1)$, obținută din relația (18), se poate scrie sub forma:

$$R_1 = \frac{F_1^2 + 1}{K_2' F_1^3 + K_1' F_1}\,\omega, \tag{20}$$

unde

$$K_1' = a_1 - \omega^2 C\,, \qquad K_2' = K_1' + \frac{3}{4}\cdot\frac{a^3}{\omega^2}\,U_1^2.$$

Defazajul φ_1 se modifică de asemenea prin salt (fig. 4) la variația continuă a rezistenței R_1. Într-adevăr,

$$\frac{dR_1}{d\varphi_1} = \frac{dR_1}{dF_1}\cdot\frac{dF_1}{d\varphi_1} = (1+F_1^2)\frac{dR_1}{dF_1}, \text{ cu } (1+F_1^2) \neq 0$$

iar

$$\frac{dR_1}{dF_1} = K_2' F_1^4 - (K_1' - 3K_2')\,F_1^2 + K_1'. \tag{21}$$

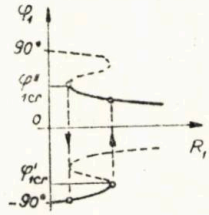


Fig. 4

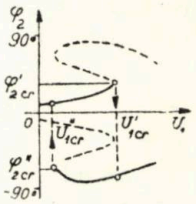


Fig. 5

Rădăcinile ecuației $dR_1/dF_1 = 0$ vor fi:

$$F_{1m} = \pm\sqrt{\frac{K_1' - 3K_2' \pm \sqrt{(K_1' - 3K_2')^2 - 4K_1' K_2'}}{2K_2'}}, \quad (m = 1, 2, 3, 4). \tag{22}$$

Valorile critice ale rezistenței (R_{1cr}), în număr de două, se obțin cînd parametrii circuitului ferorezonant paralel satisfac relațiile:

$$(K_1' - 3K_2')^2 - 4K_1' K_2' > 0, \quad K_1' - 3K_2' > 0 \tag{23}$$

sau:

$$(a_1 - \omega^2 C)^2 - \frac{15}{2\omega^2}(a_1 - \omega^2 C)a_3 + \frac{81}{16\omega^4}a_3^2 > 0. \tag{24}$$

De aici poate fi determinat domeniul de valori al capacității C care corespund unor regimuri de ferorezonanță în circuit, (pentru o caracteristică de magnetizare dată, adică a_1 și a_3 cunoscuți).

Dacă în circuitul ferorezonant paralel considerat se modifică continuu valoarea capacității C, atunci defazajul $\varphi_1(\omega C)$ pentru $\omega = \text{const.}$, prezintă de asemenea o variație prin salt (fig. 5). Pentru a obține expresia analitică a funcției $\varphi_1(\omega C) = F_1(\omega C)$ se utilizează relația (20) rezultînd:

$$\omega C = \frac{(K_2'' U_1^2 + a_1 R_1) F_1^3 - \omega F_1^2 + a_1 R_1 F_1 - \omega}{\omega R_1 (F_1 + F_1^3)}, \tag{25}$$

cu

$$K_2'' = \frac{3}{4\omega^2} a_3 R_1 .$$

Valorile critice (de salt) ale capacității se determină impunînd funcției $F_1(\omega C)$ condiția $\mathrm{d}(\omega C)/\mathrm{d}F_1 = 0$. Rezultă :

$$\omega F_1^4 - K_2' U_1^2 F_1^3 + 2\omega F_1^2 + \omega = 0, \tag{26}$$

ecuație ale cărei rădăcini reale și pozitive furnizează cele două valori critice ale capacității C pentru care defazajul $F_1(\omega C) = \varphi_1(\omega C)$ variază prin salt (fig. 5).

Se poate observa că defazajul $\varphi_1 = f(U_1, \Psi_m, \omega, C, R_1, a_k)$ (v. rel. (16)) se comportă la variația fluxului Ψ_m prin bobină analog ca la variația tensiunii U_1, întrucît între cele două mărimi există următoarea legătură rezultînd din relația (18) :

$$U_1^2 = [(K_1 + K_2 \Psi_m^2)^2 + \omega^2] \Psi_m^2, \text{ unde } \Psi_m^2 = \frac{\omega - K_1 F_1}{K_2 F_1}. \tag{27}$$

Studiul defazajului $\varphi_1(U_1, \Psi_m, \omega, C, R_1, a_k)$ la variația pulsației ω nu este efectuat în cele ce urmează întrucît expresia $\varphi_1(\omega)$ se complică considerabil datorită faptului că coeficienții de aproximare a_k se modifică o dată cu pulsația [6].

Pentru studiul defazajului φ_2 dintre tensiunea aplicată BMF (considerată inerțială) și curentul ce o străbate (rel. (11)) trebuie să se considere bobina ca fiind reală ($r \neq 0$). În acest caz, din relațiile (11) și (15) se obține următoarea dependență analitică între defazajul φ_2 și mărimile și parametrii din circuit :

$$r I_2 F_2 - \omega \Psi_m = 0, \qquad U_1^2 = A^2 + B^2, \tag{28}$$

de unde se deduce :

$$\begin{cases} U_1^2 = \left[\left(a_1 - \omega^2 C + \dfrac{3}{4} a_3 \Psi_m^2 \right)^2 R_1^2 + \omega^2 \right] \Psi_m^2, \\ \Psi_m^2 = \pm \dfrac{4 a_1 (\omega - a_1 r F_2)}{3 r a_1 a_3 F_2}. \end{cases} \tag{29}$$

Rezolvînd sistemul (29) în raport cu defazajul φ_2, ($\mathrm{tg}\, \varphi_2 = F_2$), se poate analiza în continuare funcția $\varphi_2(U_1, \Psi_m, \omega, C, R_1, r, a_k)$ la variația mărimilor și parametrilor din circuit într-un mod asemănător celui întreprins cu privire la defazajul $\varphi_1(U_1, \Psi_m, \omega, C, R_1, a_k)$.

4. Circuit ferorezonant serie

Schema echivalentă de tip cuadripol (fig. 1) se particularizează în acest caz într-un dipol liniar pasiv (fig. 6) iar constantele matricei fundamentale $[\underline{A}]$ devin :

$$(30) \qquad \underline{A}_{11}=1, \quad \underline{A}_{12}=\frac{1}{G_2+j\omega C}+R_1, \quad \underline{A}_{21}=0, \quad \underline{A}_{22}=1.$$

Ținînd seama de (30), funcțiile A, B, C și D, date de (9), sînt, în acest caz, de forma :

$$(31) \qquad \begin{cases} A=\left(a_1\Psi_m+\frac{3}{4}a_3\Psi_m^3\right)R_1, \\ B=\omega\Psi_m-\frac{1}{\omega C}\left(a_1\Psi_m+\frac{3}{4}a_3\Psi_m^3\right), \\ C=a_1\Psi_m+\frac{3}{4}a_3\Psi_m^3, \\ D=0. \end{cases}$$

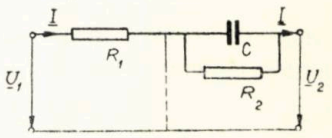


Fig. 6

Relațiile (8), ale defazajelor φ_1 și φ_2, devin :

$$(32) \qquad F_1=\operatorname{tg}\varphi_1=\frac{B}{A}=\frac{(\omega^2C-a_1)\Psi_m-\frac{3}{4}a_3\Psi_m^3}{\omega CR_1\left(a_1\Psi_m+\frac{3}{4}a_3\Psi_m^3\right)}=F_1(U_1, \Psi_m, \omega, C, R_1, a_k),$$

$$(33) \qquad F_2=\operatorname{tg}\varphi_2=\frac{\Psi_m}{r\left(a_1\Psi_m+\frac{3}{4}a_3\Psi_m^3\right)}=F_2(U_1, \Psi_m, \omega, C, R_1, r, a_k).$$

Este posibil să se analizeze defazajul $\varphi_1(U_1)$, ceilalți parametri și restul mărimilor menținîndu-se constante. În acest scop se procedează în mod analog ca în cazul circuitului ferorezonant paralel studiat în § 3. Astfel, se substituie relația (31) în expresia (17) obținîndu-se :

$$(34) \qquad U_1^2=\frac{c_1F_1^3+c_2F_1^2+c_3F_1+c_4}{(L_2+F_1)^3},$$

unde :

$$(35) \qquad \begin{cases} c_1=-(d_1+d_2+d_3), \\ c_2=3L_1d_1+(L_2-2L_1)d_2+(L_1-2L_2)d_3, \\ c_3=-3L_1^2d_1+(L_1^2+2L_1L_2)d_2-(2L_1L_2+L_2^2)d_3, \\ c_4=L_1^3d_1+L_1^2L_2d_2+L_1L_2^2d_3, \end{cases}$$

în care :

$$
(36)\quad \begin{cases} d_1 = \dfrac{4a_1^3}{3a_3}\left(R_1^2 + \dfrac{1}{\omega^2 C^2}\right), \\ d_2 = \dfrac{8a_1^3}{3a_3}\left(R_1^2 + \dfrac{1}{\omega^2 C^2}\right) - \dfrac{8a_1^2}{3a_3 C}, \\ d_3 = \dfrac{4a_1}{3a_3}\left[\omega^2 - \dfrac{2a_1}{C} + a_1^2\left(R_1^2 + \dfrac{1}{\omega^2 C^2}\right)\right], \\ L_1 = \dfrac{(\omega^2 C - a_1)}{\omega C a_1 R_1}, \quad L_2 = \dfrac{1}{\omega C R_1}. \end{cases}
$$

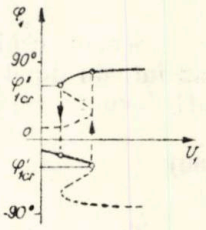


Fig. 7

În cazul funcției $U_1^2(F_1)$ sînt posibile de asemenea patru valori extreme (fig. 7) sau nici una. Existența lor este condiționată de existența unor rădăcini reale ale ecuației $dU_1^2/dF_1 = 0$, echivalentă cu:

$$
(37)\quad (3c_1L_2 - c_2)F_1^2 + 2(c_2L_2 - c_3)F_1 + c_3L_2 - c_4 = 0, \quad (F_1 + L_2 \neq 0).
$$

Cu alte cuvinte este necesar să fie satisfăcută inegalitatea:

$$
(38)\quad 4(c_3 - c_2L_2)^2 - 4(c_3L_2 - c_4)(3c_1L_2 - c_2) > 0.
$$

Discuția relației (34) în raport cu parametrii de care depinde defazajul φ_1 se efectuează în același mod ca în cazul circuitului ferorezonant paralel.

5. Rezultate experimentale

Pentru obținerea rezultatelor experimentale s-a utilizat schema electrică reprezentată în fig. 8. Dependența grafică a defazajului dintre semnalul excitație și răspuns la poarta de intrare a cuadripolului echivalent în funcție de diverși parametri este reprezentată în fig. 9 (pentru circuitul ferorezonant paralel — k închis, fig. 8) și în fig. 10 (pentru circuitul ferorezonant serie — k deschis, fig. 8).

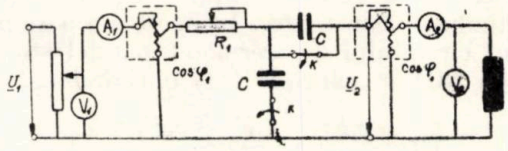


Fig. 8

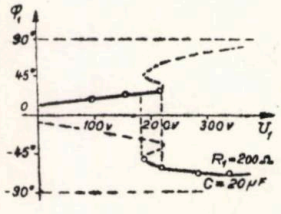


Fig. 9

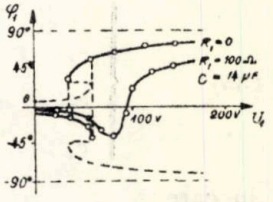


Fig. 10

6. Concluzii

1. Studiul defazajului φ (dintre semnalul excitație și răspuns) în circuitul neliniar inerțial de tip ferorezonant completează analiza circuitelor ferorezonante, considerate inerțiale, la variația parametrilor. Un astfel de studiu nu a fost întîlnit pînă în prezent în literatura de specialitate.

2. Se observă că între rezultatele stabilite teoretic și cele obținute experimental există o concordanță satisfăcătoare. Punctele critice la care se produce variația prin salt a defazajelor φ_1 și φ_2 coincid cu valorile critice obținute la variația semnalului răspuns în circuit.

3. Studiul teoretic întreprins, verificat experimental, poate conduce la realizarea de noi tipuri de elemente logice bistabile sau multistabile. De asemenea studiul efectuat poate fi util în analiza instalațiilor electrice care conțin baterii de condensatoare în prezența unor reactanțe saturabile (transformatoare, bobine cu miez de fier).

Primită la 18 noiembrie 1973

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de Bazele electrotehnicii și măsurări electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Hayashi Ch., *Forced Oscillations in Non-linear Systems.* Mc Graw-Hill, N. Y., 1964
2. Savin Gh., Simion E., Popescu I., *Circuits à double ferrorésonance utilisan des bobines à noyaux ferromagnétiques magnétisees en courant continuu.* RGÉ, 74 *5*, 393–396 (1965).
3. Popescu I., Simion E., *Asupra rezonanței în circuitul electric de tip paralel cu bobină comandată.* Bul. Inst. polit. Iași, XV (XIX), *1–2*, s. III, 33–40 (1969).
4. Popescu I., Zitron N., *Untersuchung des stationaren Vorgangs im zweifachen Ferroresonanzkreis bei Steuerungsstromänderung.* Bul. Inst. polit. Iași, XVIII (XXII), *3–4*, s. III, 35–44 (1972).
5. Долгинов И., *Резонанс в электрических цепях и системах.* ГЭИ, М., 1957.
6. Popescu I., Simion Al., *Unele aspecte ale rezonanței în circuitele electrice neliniare serie.* Electrotehnica, 17, *5*, 165–169 (1969).

ÉTUDE DE L'ANGLE DE DÉPHASAGE φ ENTRE LE SIGNAL D'ENTRÉE ET CELUI DE SORTIE DANS LES CIRCUITS FERRORÉSONANTS INERTIELS

(Résumé)

On étudie l'angle de déphasage φ entre le signal d'entrée et celui de sortie dans les circuits nonlinéaires inertiels du type ferrorésonant en employant la méthode de „l'amplitude complexe" [5].

La caractéristique de l'élément nonlinéaire – une bobine à noyau ferromagnétique – a été approximée par un polynôme de puissances.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3–4, 1974
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

D.K. 621.318.623; 621.396.621.52

ÜBER EIN STUDIUMVERFAHREN DER KENNLINIEN DER DURCH RÜCKWIRKUNG GESTEUERTEN SPULEN

VON

M. ANTONESCU

1. Einleitung

Die nichtlinearen, durch Rückwirkung gesteuerten Spulen werden ziemlich oft in elektrischen Antrieben und Steuerungen verwendet. Die Vorteile die diese Anwendungen begründen beziehen sich besonders auf dem hohen Verstärkersfaktor der mittels dieser Spulen erreichbar ist, und auf der Eigenschaft der Realisierung der Belastungstrommsprünge bei Änderung des Steuerungstrommes [2], [4], [7].

Die Literatur die sich mit solchen Problemen beschäftigt begrenzt sich fast immer bei den physikalischen Gesichtspunkten und bei der Beschreibung von verschiedenen Netzwerken die solche Vorrichtungen enthalten. Es besteht kaum eine analytische oder numerische Methode mit der man die Phänomene die in diesen Spulen stattfinden, untersuchen kann [1], [3], [8].

In Folgenden bezweckt man die Darstellung eines Verfahrens dieser Art.

2. Die Gleichungen die das Verhalten einer nichtlinearen, durch Rückwirkung gesteuerten Spule beschreiben

Eine nichtlineare durch äußere, magnetische Rückwirkung gesteuerte Spule besteht aus zwei identyschen Kernen, auf dennen mehrere Wicklungen aufgebracht werden, (Abb. 1), und zwar ein Paar additivgekoppelten Arbeitswicklungen mit je N_L Windungen, die von einer sinusförmigen Spannung $u = U_m \sin \omega t$ erregt werden; eine mit N_R Windungen Rückwirkungwicklung, die vom gleichgerichteten Arbeitsstromm durchflossen ist; eine von der Gleichspannung E_3 gespeiste Wicklung, mit N_P Windungen, die als Polarisationswicklung bezeichnet wird.

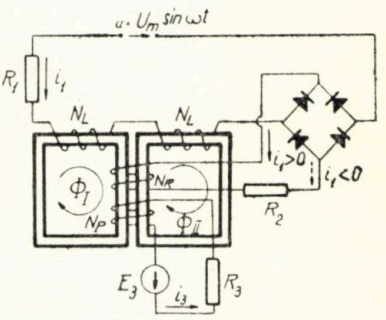


Abb. 1

Die Addierung oder die Subtrahierung der Rückwirkungs- und der Polarisationsdurchfluttungen führen zur positiven oder negativen Rückwirkung. Endlich, die

Existenz einer hohen Impedanz in den Rrückwirkungs- und Polarisationskreisen bestimmen die Arbeitsweise als gezwungene oder freie Magnetisierung.

Die weiter gegebenen Gesichtspunkte beziehen sich auf einer nichtlinearen, durch äußeren magnetischen positiven Rückwirkung gesteuerten Spule, die in freier Magnetisierung funktioniert.

Die größte Schwierigkeit der Bestimmung und Lösung der Gleichungen dieses Netzwerkes liegt darin, daß das Schema einen Gleichrichter enthält. Um diese Schwierigkeit zu vermeiden, schlägt man vor zwei Systeme von Differentialgleichungen zu schreiben, die für $i_1 > 0$, bzw. für $i_1 < 0$ gültig sind. Dazu wird noch eine Gleichung hinzugefügt, die das Verhalten des Kreises in den Zeitintervallen in dennen $i_1 = 0$ ist, beschreibt. Diese Gleichungen lassen sich nur numerisch lösen unter der geeigneten Anwendung der Anfangsbedingungen von einer Halbperiode zu der anderen Halbperiode des Arbeitsstrommes i_1.

Es werden folgende Voraussetzungen gemacht:

a) beide magnetische Kerne sind identisch und besitzen eine Kennlinie die sich in der Form:

$$Ni = P(\Phi) \tag{1}$$

approximieren lässt, wobei $P(\Phi)$ eine nichtlineare, geeignete Funktion ist;

b) die magnetische Hysterese wird vernachlässigt;

c) die Kennlinie einer Dyode wird mit folgendem Ansatz approximiert:

$$u = U_0 + Q(i), \tag{2}$$

wobei U_0 die Sperrespannung bedeutet;

d) die Widerstände R_1, R_2, R_3 enthalten auch die Widerstände der Wicklungen.

Annehmend noch, daß die Flüße Φ_I und Φ_{II} die in der Abb. 1 angedeuteten Richtungen haben, und daß der Zusammenhang zwischen der Speisespannung u und dem Belastungsstrom i_1 die Konvention eines Verbrauchers beachten, kann man die folgende Fälle studieren:

Fall a) $i_1 > 0$

$$(N_L+N_R)\frac{d\Phi_I}{dt}+(N_L-N_R)\frac{d\Phi_{II}}{dt}+R_1i_1+R_2i_1+2Q(i_1)+2U_0 = U_m \sin \omega t, \tag{3}$$

$$N_P \frac{d(\Phi_I-\Phi_{II})}{dt} + R_3 i_3 = E_3, \tag{4}$$

$$N_L i_1 + N_R i_1 + N_P i_3 = P(\Phi_I), \quad N_L i_1 - N_R i_1 - N_P i_3 = P(\Phi_{II}). \tag{5}$$

Die aus der Gl. (4) gewonnenen Ableitungen $d\Phi_{II}/dt$, bzw. $d\Phi_I/dt$ werden aufeinanderfolgend in die Gl. (3) eingeführt, so daß:

$$2N_L \frac{d\Phi_I}{dt} + R_1 i_1 + R_2 i_1 + \frac{N_L - N_R}{N_P} R_3 i_3 + 2Q(i_1) = \tag{6}$$
$$= U_m \sin \omega t - 2U_0 + \frac{N_L - N_R}{N_P} E_3,$$

$$2N_L \frac{d\Phi_{II}}{dt} + R_1 i_1 + R_2 i_1 - \frac{N_L + R_R}{N_P} R_3 i_3 + 2Q(i_1) = \tag{7}$$
$$= U_m \sin \omega t - 2U_0 - \frac{N_L + N_R}{N_P} E_3 .$$

In den Beziehungen (6) und (7) i_1 und i_3 lassen sich als Funktionen von Φ_I und Φ_{II} bestimmen, wenn man dafür das System (5) verwendet.

Fall b) $i_1 < 0$

$$(N_L - N_R)\frac{d\Phi_I}{dt} + (N_L + N_R)\frac{d\Phi_{II}}{dt} + R_1 i_1 + R_2 i_1 - 2Q(i_1) - 2U_0 = U_m \sin \omega t, \tag{8}$$

$$N_P \frac{d(\Phi_I - \Phi_{II})}{dt} + R_3 i_3 = E_3, \tag{9}$$

$$N_L i_1 - N_R i_1 + N_P i_3 = P(\Phi_I), \quad N_L i_1 + N_R i_1 - N_P i_3 = P(\Phi_{II}). \tag{10}$$

Auf ähnliche Weise, aus (8) und (9) folgt:

$$2N_L \frac{d\Phi_I}{dt} + R_1 i_1 + R_2 i_1 + \frac{N_L + N_R}{N_P} R_3 i_3 - 2Q(i_1) = \tag{11}$$
$$= U_m \sin \omega t + 2U_0 + \frac{N_L + N_R}{N_P} E_3 ,$$

$$2N_L \frac{d\Phi_{II}}{dt} + R_1 i_1 + R_2 i_1 - \frac{N_L - N_R}{N_P} R_3 i_3 - 2Q(i_1) = \tag{12}$$
$$= U_m \sin \omega t + 2U_0 - \frac{N_L - N_R}{N_P} E_3 ,$$

in dennen i_1 und i_3 von Φ_I und Φ_{II} abhängig sind (s. Gl. (10)).

Fall c) $i_1 = 0$ (gesperrte Dyoden)

$$N_P \frac{d(\Phi_I - \Phi_{II})}{dt} + R_3 i_3 = E_3 . \tag{13}$$

Aber, in den Zeitintervallen für die $i_1 = 0$ ist, gilt $\Phi_I = -\Phi_{II} = \Phi$, und dadurch (13) ändert sich in:

$$2N_P \frac{d\Phi}{dt} + R_3 i_3 = E_3 . \tag{14}$$

Dabei gilt noch :

$$N_P i_3 = P(\Phi). \tag{15}$$

Um die Gleichungen zu normieren, werden zuerst die normierten Flüße und Ströme definiert :

$$v_j = \frac{\Phi_j}{\Phi_n}, \quad u_k = \frac{i_k}{I_n}, \quad (j = 1, 2; \ k = 1, 3). \tag{16}$$

Gleichzeitig führt man noch folgende Abkürzungen ein :

$$\begin{cases} \dfrac{R_1 I_n}{2N_L \Phi_n \omega} = e_1, \ \dfrac{R_2 I_n}{2N_L \Phi_n \omega} = e_2, \ \dfrac{R_3 I_n}{2N_P \Phi_n \omega} = e_3, \ \dfrac{N_R}{2N_L N_P} \dfrac{R_3 I_n}{\Phi_n \omega} = e_4, \\ \dfrac{1}{N_L \Phi_n \omega} = e_5, \ \dfrac{U_m}{2N_L \Phi_n \omega} = B, \ \dfrac{U_0}{N_L \Phi_n \omega} = U_{\text{BLOCT}}, \ \dfrac{E_3}{2N_P \Phi_n \omega} = B_3, \\ \dfrac{N_R}{N_L} = e_6, \ \omega t = \tau. \end{cases} \tag{17}$$

Unter diesen Bedingungen, die Gleichungen die das Verhalten des Kreises beschreiben, werden die folgende :

F a l l a) $u_1 > 0$

$$\frac{dv_1}{d\tau} + e_1 u_1 + e_2 u_1 + e_3 u_3 - e_4 u_3 + e_5 Q_N(u_1) = B \sin \tau - U_{\text{BLOCT}} + B_3 - e_6 B_3 , \tag{18}$$

$$\frac{dv_2}{d\tau} + e_1 u_1 + e_2 u_1 - e_3 u_3 - e_4 u_3 + e_5 Q_N(u_1) = B \sin \tau - U_{\text{BLOCT}} - B_3 - e_6 B_3 , \tag{19}$$

mit :

$$N_L I_n u_1 + N_R I_n u_1 + N_P I_n u_3 = P_n(v_1), \ N_L I_n u_1 - N_R I_n u_1 - N_P I_n u_3 = P_n(v_2) ; \tag{20}$$

$P_N(v_1)$, $P_N(v_2)$, $Q_N(u_1)$ stellen die Funktionen $P(\Phi_I)$, $P(\Phi_{II})$ und $Q(i_1)$ in dennen die normierten Werte (16) eingeführt worden sind, dar.

F a l l b) $u_1 < 0$

$$\frac{dv_1}{d\tau} + e_1 u_1 + e_2 u_1 + e_3 u_3 + e_4 u_3 - e_5 Q_N(u_1) = B \sin \tau + U_{\text{BLOCT}} + B_3 + e_6 B_3 , \tag{21}$$

$$\frac{dv_2}{d\tau} + e_1 u_1 + e_2 u_1 - e_3 u_3 + e_4 u_3 - e_5 Q_N(u_1) = B \sin \tau + U_{\text{BLOCT}} - B_3 + e_6 B_3 , \tag{22}$$

wobei :

(23) $N_L I_n u_1 - N_R I_n u_1 + N_P I_n u_3 = P_N(v_1), \quad N_L I_n u_1 + N_R I_n u_1 - N_P I_n u_3 = P_N(v_2)$.

Fall c) $u_1 = 0$

(24) $$\frac{dv}{d\tau} + c_3 u_3 = B_3,$$ (25) $$N_P I_n u_3 = P_N(v).$$

Diese Gleichungen lassen sich nur numerisch lösen. Zu diesem Zweck ist ein FORTRAN Programm geschrieben worden. Vernachlässigend die Einzelheiten, die in einer anderen Veröffentlichung gegeben werden, erwähnen wir nur, daß die hauptsächlichen Schwierigkeiten beziehen sich auf Wahl des Integrationsverfahrens, Approximierung der nichtlinearen Kennlinien, Bestimmung der aufeinanderfolgenden Anfangsbedingungen die den verschiedenen Integrationsintervallen, bzw. Gleichungen, entsprechen.

3. Theoretische und experimentelle Ergebnisse

Wegen des begrenzten Raumes dieser Veröffentlichung werden nur einige Ergebnisse vorgeführt. Die Messungen und die Rechnungen sind auf einer aus Ferrit Spule mit $N_L = 500$ Windungen, $N_P = 1000$ Windungen, durchgeführt.

a) Der Einfluß der Rückwirkungwindungen, bei Änderung der Speisespannung läßt sich mittels in der Abb. 2, $U_1(I_1)$ Kurven feststellen. U_1 bzw. I_1 bedeuten hier die Effektivwerte der Spannung an den Klemmen der Arbeitswicklungen, bzw. des Arbeitstrommes. Bei steigender Windungszahl N_R, die Kennlinie wird immer niedriger. Bezeichned ist der „abfallende Ast", besonders scharf bei starken Rückwirkungen.

b) Den Einfluß der Polarisationspannung bei Änderung der Speisespannung kann man in der Abb. 3 beobachten. Vom Interesse ist der Verlauf der Kennlinien $U_1(I_1)$ in dennen der „abfallende Ast" bei hohen Werte der Polarisierung verschwindet. Gleichzeitig, bei dem selben I_1, der Wert der U_1 wird kleiner.

c) Der von der Speisespannung U (Effektivwerte) abhängigen Verlauf der Harmonischen der U_1 und I_1, lässt sich auch studieren (Abb. 4 und 5). Die in der Abb. 4 dargestellen Kurven zeigen, daß, während in dem Strom i_1 lassen sich die Harmonischen kaum merken, in der Spannung u_1 der Beitrag dieser Harmonischen äusserst stark ist.

Die theoretischen Ergebnisse stimmen mit den Messungen zufriedenstellend überein.

4. Schlußfolgerungen

Die vorgeführene Ergebnisse beweisen die Richtigkeit des vorgeschlagenen Verfahrens. Es besteht sowohl die Möglichkeit der Vertiefung dieser Gesichtspunkte, als auch einer erweiterung, z. B. : das Studium des Zusammenhanges der Harmonischen des Arbeitsstromes und der Arbeitsspannung von der Polarisationsspannung ; die Untersuchung der Zeitverlaufen der Ströme und Flüße, u. s. w. Ausserst wichtig ist, daß sich das Verfahren

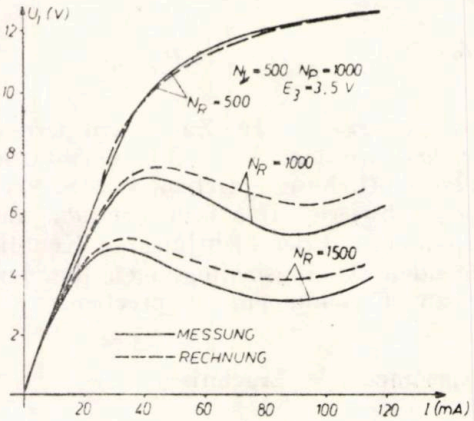


Abb. 2

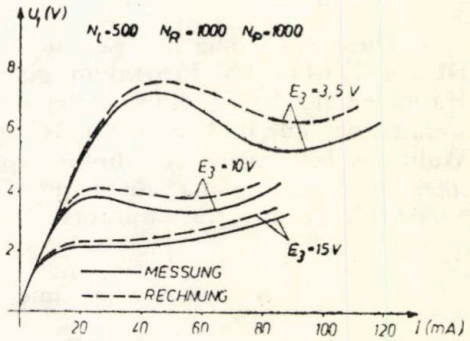


Abb. 3

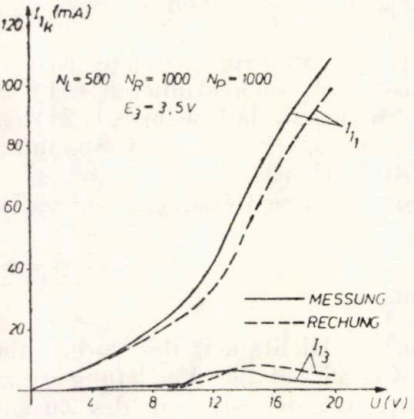


Abb. 4

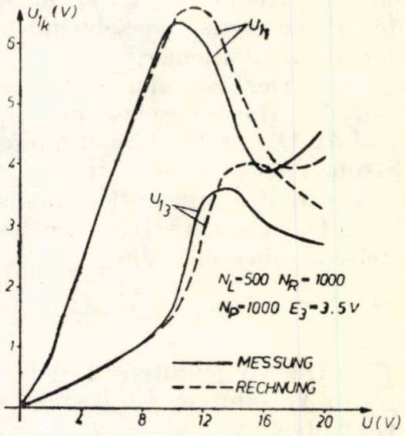


Abb. 5

auch im Falle der gezwungenen Magnetisierung und im Falle der negativen Rückwirkung (freie und gezwungene Magnetisierung) verwänden lässt. Auf dieser Weise entsteht ein einheitliches Studiumverfahren der Rückwirkung in den nichtlinearen Spulen.

Eingegangen am 23. Oktober 1974

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl fur Grundlangen der
Elektrotechnik and Elektrische Messungen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Antonescu M., *Analytical Considerations concerning the Characteristics of Feedback-controlled Nonlinear Reactors.* Bul. Inst. polit. Iași, XIX (XXIII), *3—4*, s. III 63—67 (1972).
2. Geyger W. A., *Magnetic Amplifier Circuits.* Mc. Graw Hill, N. Y., 1957.
3. Mohr O., *Grundlagen und Theorie magnetischer Verstärker.* AEG Mitteilungen, **49**, *8—9*, 339—352 (1959).
4. Platt S., *Magnetic Amplifiers.* Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs, N. Y., 1958.
5. Розенблат М. А., *Магнитные элементы автоматики и вычислительной техники.* М., 1966.
6. Savin Gh., Popescu I., Zitron N., *Ferorezonanța în circuite cu bobine neliniare comandate prin reacție.* Comunicare la a doua Conf. a Electricienilor, Buc., sept. 1969.
7. Schilling W., *Transduktortechnik.* Oldenburg Verlag, 1966.
8. Storm H. F., *Amplificateurs magnétiques* (von englischen übersetzt). Dunod, Paris, 1960.

ASUPRA UNEI METODE DE STUDIU A CARACTERISTICILOR BOBINELOR NELINIARE COMANDATE PRIN REACȚIE

(Rezumat)

Se prezintă o posibilitate de studiu teoretic al caracteristicilor bobinelor neliniare comandate prin reacție. În acest scop se formulează ecuațiile de funcționare ale bobinei neliniare comandate prin reacție pozitivă în regim de magnetizare liberă și se indică posibilitatea soluționării lor prin metode numerice. Coincidența rezultatelor teoretice și experimentale confirmă valabilitatea metodei și posibilitățile ei de generalizare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3–4, 1974
Secția III
ELECTROTEHNOCĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D. C. 621.382.1

SOME ASPECTS OF THE SILICON DIODES RESISTANCE IN VARICAP UTILIZATION IN COMBINED REGIME OF DIRECT AND ALTERNATIVE VOLTAGE

BY

HARI HERȘCOVICI and EMIL LUCA

1. Introduction

We call „combined regime", the diode exploitation regime in which a direct and alternative voltage is applied simultaneously and parallelly at its terminals.

For direct voltages of medium values, the diode equation can be written [1]:

$$I = I_g\,(e^{U/25m} - 1), \tag{1}$$

where: I_g — the generating — recombining current in the neutral regions of the junction, $U = 25$ mV — the thermal voltage at 300° K, m — a coefficient; usually $m = 1.6$, sometimes $m = 2$.

It results:

a) the internal static diode resistance

$$R_{is} = \frac{U}{I_p\,(e^{U/25m} - 1)}; \tag{2}$$

b) the internal dinamic diode resistance

$$R_{id} = \frac{25\,m}{I_p}\,e^{-U/25m}. \tag{3}$$

When applying an alternative voltage at the diode terminals, due to its nonlinear characteristic, a rectified current will appear in the circuit.

The average value I_m of this rectified current is added to the current produced in the junction by the direct voltage applied to the diode terminals, so that the effect would be of modifying the internal diode resistance considered from the outside of the respective circuit.

2. The Operating Point of the Diode in Combined Regime

The I_m value is determined by means of the eq. (1), in which the voltage U is replaced by the voltage:

$$U = U_0 + V \sin \omega t, \tag{4}$$

where

$$U_0 = U_a + U_p,$$

that is, in general, with the sum of the input direct voltage of measuring voltage U_a and polarisation voltage U_p.

Writing that:

$$I_m = \frac{1}{T}\int_0^T I_g \left[e^{(U_0 + V \sin \omega t)/25\,m} - 1 \right] dt, \tag{5}$$

it results that:

$$\frac{I_m}{I_g} = e^{U_0/25\,m} \left[1 + \sum_{K=1}^{n} \frac{(V/50\,m)^{2K}}{(K!)^2} \right] - 1. \tag{6}$$

The average curent value I_m will be the more exact, the greater number of the terms will be summed in the calculus of the relation (6).

In the relation (8 a) and (8 b) the following function is calculated:

$$\sum_m (V) = \sum_{K=1}^{n} \frac{(V/50\ m)^{2K}}{(K\ !)^2}, \tag{7}$$

for two values of m: 1.7 and 2, and for $K_{max} = 8$, in which case for $V_{max} = 150$ mV, the difference between two succesive terms will not overpass 5 per cent. It results:

$$\left.\frac{I_m}{I_g}\right|_{m=1,7} = \sum_{1,7} (V) = 1.39 \times 10^{-4} V^2 + 4.81 \times 10^{-9} V^4 + 7.45 \times 10^{-14} V^6 +$$
$$+ 6.5 \times 10^{-19}\ V^8 + 3.6 \times 10^{-24}\ V^{10} + 1.4 \times 10^{-24}\ V^{12} + \tag{8 a}$$
$$+ 4{,}03 \times 10^{-35}\ V^{14} + 8.62 \times 10^{-41}\ V^{16} +$$
$$+ 1.47 \times 10^{-46}\ V^{18} + \ldots,$$

$$\left.\frac{I_m}{I_g}\right|_{m=2} = \sum_{2} (V) = 10^{-4} \times V^2 + 2.5 \times 10^{-9}\ V^4 + 2.79 \times 10^{-4}\ V^6 +$$
$$+ 1.74 \times 10^{-19}\ V^8 + 6.94 \times 10^{-25}\ V^{10} + 1.94 \times 10^{-30}\ V^{12} + \tag{8 b}$$
$$+ 4.03 \times 10^{-36}\ V^{14} + 6.25 \times 10^{-42}\ V^{16} +$$
$$+ 7.63 \times 10^{-47}\ V^{18} + \ldots$$

The relation (6) is graphically represented in Fig. 1 together with the relation (1). In the figure it is pointed out the physical sense of I_m, resulting a new voltage U_m, which represents the value of the direct voltage which must be applied at diode terminals in order to get a direct current

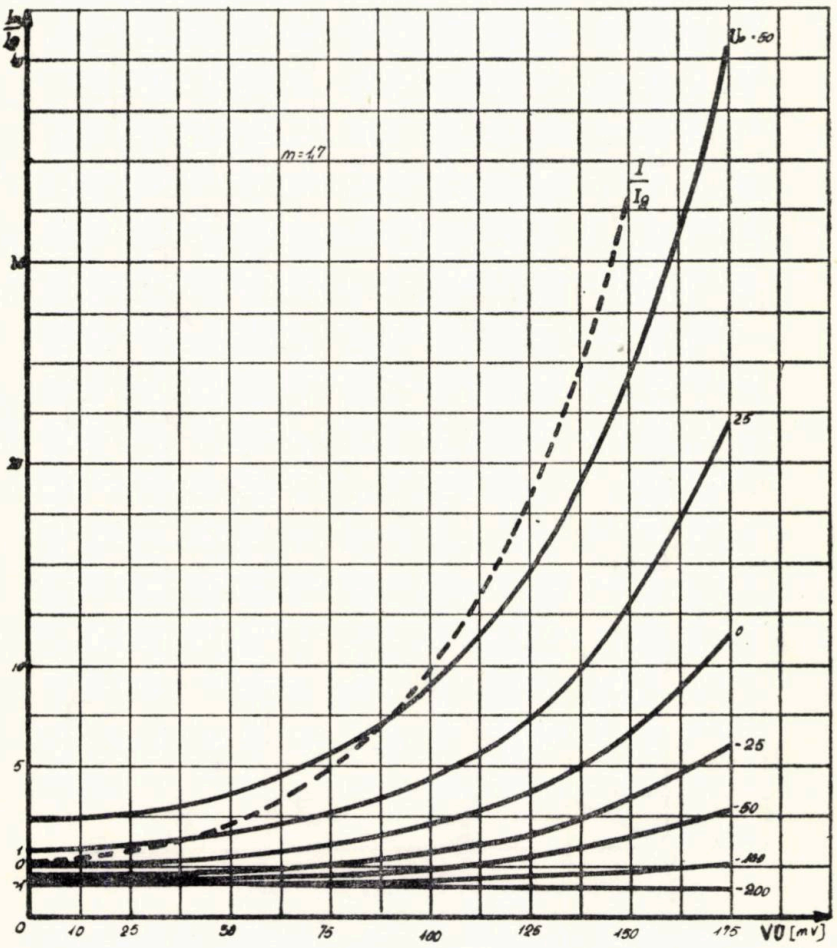


Fig. 1.—The $I_m = f(V, U_0)$ characteristics.

equal to the average rectified current I_m. From the Fig. 1 we may deduce graphically a $U_m = f(V)$ characteristic represented in Fig. 2. It has been found out, that the alternative voltage does not change practically the diode function point, for the amplitudes $V \leqslant 25$ mV. The explanation of this fact is that as for very small applied voltages, the junction resistance at direct and indirect polarization has very close values (respectivelly the characteristic voltage—current diverts very little from the streight line) and consequently, the rectifying effect is negligible.

For the amplitudes $V \geqslant 50$ mV, the increasing of U_m is proportional with V.

The changing of the diode operating point, due to the rectifying effect, respectively the shifting of this point towards the region of direct conduction, has as a consequence a decrease of the equivalent diode resistance.

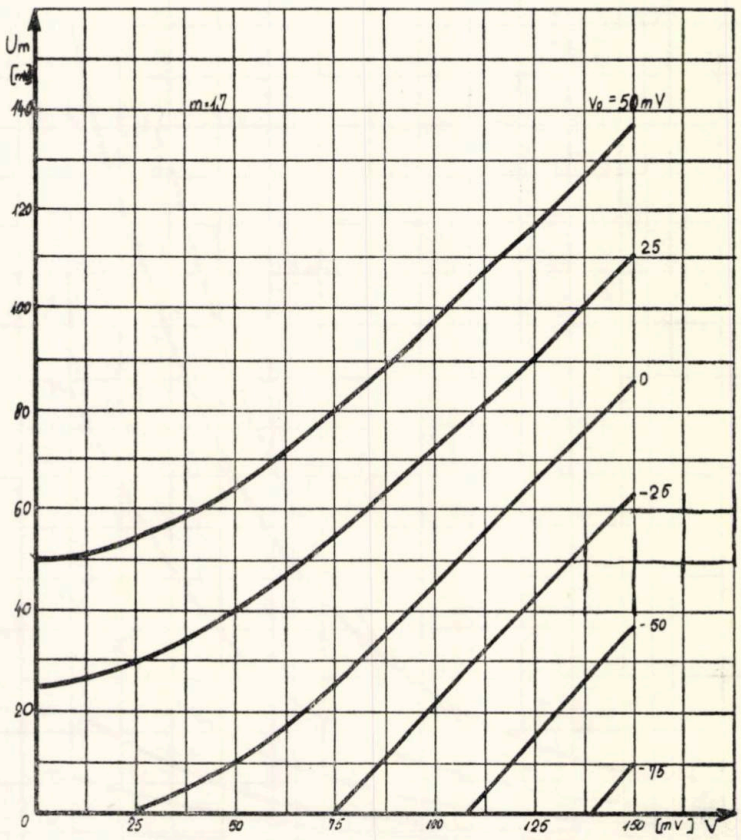


Fig. 2. — The $U_m = f(V, U_0)$ characteristics.

The resistance of the diode considered from the source of the direct current, when the operating point is moved, due to the combined regime, or to a direct voltage polarization, becomes the dynamic resistance defined by the relation (3) in which U is replaced by U_m.

It is very interesting to calculate the ratio between the dynamic resistance in the point defined by the voltage U_m and the static diode resistance, when only the voltage U_a appears:

$$\frac{R_{ic}}{R_{is}} = e^{-U_m/25m} \frac{e^{U_m/25m} - 1}{U_a/25\,m}. \tag{9}$$

It can be easily verified that for $U_a/25\ m \leqslant 0{,}25$ the fraction in relation (9) is sensible equal with the unity, so that for the measurement signals $U_a \leqslant 10$ mV (the case of negative feed-back circuits) we can write:

$$\frac{R_{ic}}{R_{is}} = e^{-U_m/25m}. \tag{10}$$

The relation (1), written for the equivalent voltage U_m, is:

$$I_m = I_g\,(e^{U_m/25m} - 1), \tag{11}$$

and compared with the relation (6) it gives:

$$\frac{R_{ic}}{R_{is}} = \frac{e^{-(U_a + U_p)25m}}{1 + \sum_{K=1}^{n} \frac{(V/50m)^{2K}}{(K!)^2}} \cdot \frac{e^{U_a/25m} - 1}{U_a/25m}. \tag{12}$$

In case of very small U_a signals and in the absence of a U_p polarization, the relation (12), reprezented graphically in Fig. 3, emphasizes the way of influencing the diode resistance, considered from the direct current source, in the presence of an alternative voltage in parallel.

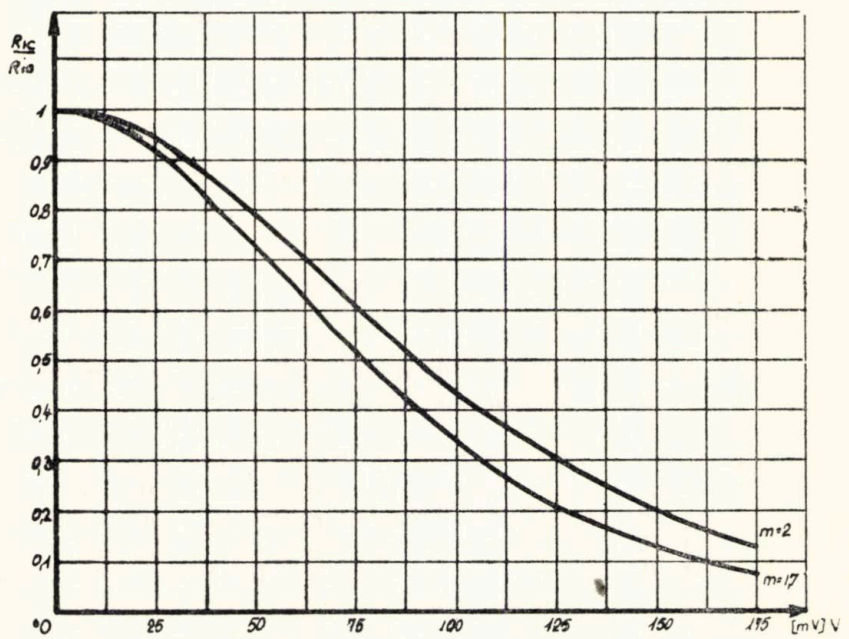


Fig. 3.—The $R_{ic} = f(V,\ m)$ characteristics.

We can easily calculate, starting from the relation (10) and Fig. 3, that over a value of 35...40 mV, the diode resistance in the combined regim halved at each increasing of 35...40 mV of the alternative voltage.

A more favourable exploitation case of the varicap diode may be managed when the combined regime is supplemented by a reverse polarization voltage. This situation is presented also in Fig. 2, when $|U_a| \ll |U_p|$. It may be observed that for reverse polarization greater than 75...100 mV and an alternative voltage with an amplitude of the same order of magnitude, the U_m equivalent voltage is zero, thus the diode operating point is determined only by the polarization voltage U_p.

The ratio between the dynamic resistance in the operating point U_p and the static resistance for the applied voltage U_a, results from the relations (1) and (2):

$$\frac{R_{id}}{R_{is}} = e^{-U_p/25m} \frac{e^{U_a/25m} - 1}{U_a/25\ m}. \tag{13}$$

For applied voltage $U_a \leqslant 10$ mV the relation (13) becomes:

$$\frac{R_{id}}{R_{is}} = e^{-U_p/25m}. \tag{14}$$

From the point of view of the diode utilization as a modulator element of great input resistance it is more important the ratio between the dynamic resistance at the polarization voltage U_p and the combined resistance at the U_a signal and V amplitude of the alternative voltage.

By means of the relations (10) and (14) we obtain:

$$\frac{R_{id}}{R_{ic}} = e^{(U_m - U_p)/25m}. \tag{15}$$

Particularizing for $V = 100$ mV and $U_p = -75$ mV, we obtain

$$\frac{R_{id}}{R_{ic}} \approx 17.$$

In other words, the utilization regime of the varicap diode with reverse polarization, can produce a substantial increase of this internal resistance.

As it is known, a silicon abrupt junction diode current—voltage characteristic, does not satisfy an equation of the type (1) only on a limited portion of the characteristic.

The experiences effected on tens of diodes of this type had verified the validity of eq. (1) for reverse voltages of only 100...150 mV, because after this value the effects of carrier generation appear due to the Zener effect [1]. These effecte cause a rapid junction current increasing, reducing substantially the applied voltage area, for which the characteristic may be considered a horizontal line.

In the Fig. 4 the significant characteristics of a group of 69 diodes are drawn. We succeded to classify these characteristics in four great groups:

Group I, approx. 33 per cent with the inflection point about 0,4 V,
Group II, approx. 50 per cent with the inflection point about 0,25 V,
Group III, approx. 14 per cent with the inflection point about 0,1,
Group IV, approx. 3 per cent out of the domain interested in.

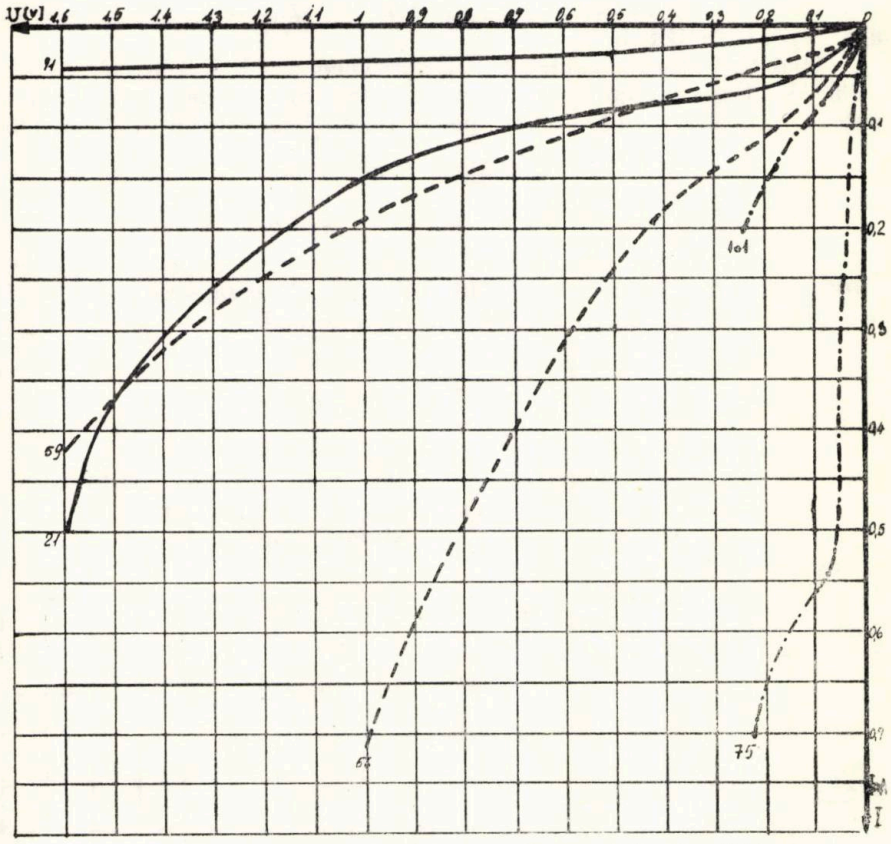


Fig. 4. — Some diode reverse characteristics $I = f(U)$.

The dynamic resistance values in the inflexion point of each of the three important groups, are :

Group I : 2.10^{10} ... 10^{11} Ω,
Group II : $0{,}3.10^{10}$ ... $1{,}7.10^{10}$ Ω,
Group III : $0{,}4.10^{9}$ ... $1{,}4.10^{9}$ Ω,

about 5 per cent from the samples of group I approaching or even equalizing $R_{id} = 10^{11}$ Ω.

3. Experimental Measurements

The experimental measurements refer to some results obtained directly on diodes, as well as on some matched diodes mounted in a modulating bridge.

The measurements effected on diodes referred to U_m voltage determination and to the ratio of the input resistance value in the combined regime, R_{ic}, in case of two alternative voltages.

There were experimented eight DZ 308 Zener type silicon diodes, made by IPRS, Bucharest.

The theoretical value U_m determined for $V = 100$ mV is $U_m = 50$ mV. Experimentally there were determined values comprised in the range $U_m = 50 \pm 5$ mV (± 10 per cent deviation), the dispersion being:

$$45 < 37{,}5 \text{ per cent} \leqslant 50,$$

$$50 < 62{,}5 \text{ per cent} \leqslant 55.$$

As reguards the resistance ratio in a combined regime in case of $V = 100$ mV ($R_{ic\ 100}$) and $V = 140$ mV ($R_{ic\ 140}$), compared to the theoretical value $R_{ic\ 100}/R_{ic\ 140} = 2$, it was determined:

$$\frac{R_{ic\ 100}}{R_{ic\ 140}} = 2{,}335 \begin{matrix} -0{,}095 \\ +0{,}165 \end{matrix},$$

with -4 per cent and $+7$ per cent deviations.

The measurements reffering to the diode internal resistance viewed from the measuring direct current source, were performed by means of matched selected diodes mounted in a modulating bridge (Fig. 5). This method facilitates the measurements, due to the fact that allows for the amplification of the modulator output signal.

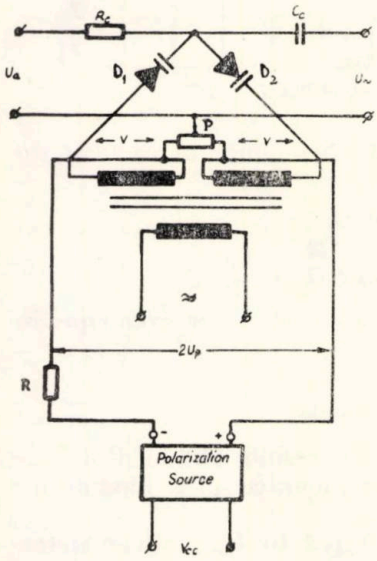


Fig. 5. — Modulation bridge with polarized varicap diodes.

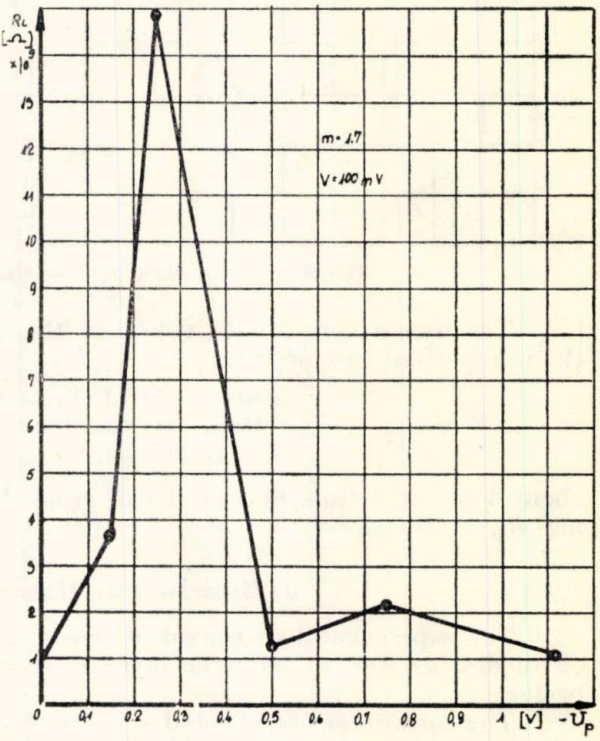


Fig. 6.—Experimental results of diode resistance increasing with the reverse polarized voltage.

The polarisation source allows the application of a direct current voltage, variable from zero, simultaneously on both diodes. This fact eliminates any influence of its instabilities.

The diode internal resistance, measured at $U = -45$ mV, was $R_{is} \cong$ $\cong 4{,}5.10^9\ \Omega$. The alternative voltage applied to the modulator bridge being $V = 100$ mV, the Fig. 3 indicates, for diodes with $m = 1{,}7$, a ratio $R_{ic}/R_{is} = 0{,}35$ and a theoretical decrease of the resistance in combined regime $R_{ic} = 1{,}6.10^9\ \Omega$ is obtained.

The measurements of the modulator input resistance were affected for some polarisation voltage values. Each diode resistance is approximately two times higher than the modulator internal resistance.

In case of null polarisation, the modulator resistance is $0{,}9.10^9\ \Omega$, respectively $R_{ic} \cong 1{,}8.10^9\ \Omega$ for each diode; this value differs only with about 12,5 per cent towards the theoretical one.

There was found out a maximum of the internal resistance $R_{id} = 3.10^{10}\ \Omega$ for a $U_p = -0{,}25$ V polarization, fact which coincides with the group II of diodes characteristics. The existance of a maximum of resistance is obvious if we take into account what we have said about the diode characteristic in the Zener effect region. An increasing of the polarization makes that one of the alternative voltage semialternances, penetrate in this area, causing a very great current through the diode. A similar explanation can also be given for the very small polarization too, case in which the other semialternance penetrates in the diode direct current area.

In the effected experiences, the reverse polarization established at the diode characteristic inflexion point, produced an increase of the resistance in the combined regime of about sixteen times.

4. Conclusions

The effected studies and experiments permited the determination of the optimum utilisation silicon diodes conditions in varicap regime, in the great input resistance modulators. By means of a reverse polarization performed with an integrated voltage sourse, there was obtained an increase of more than fifteen times of the modulator input resistance. The introduction of the modulator in a negative feed-back amplifier permits a continuous increase of the input resistance up to $10^{13}...10^{14}\ \Omega$, with a more reduced effort from the point of view of the amplifier gain.

An important problem which arises is, the determination of the optimal value of the reverse polarization of every diode in the case of a series manifacturing.

As the experiments showed, the inflection point of the diode is between 0,1 V and 0,4 V, fact which imposed an obligatory selection. We consider as an efficient technological method, the selection of the diodes according to their internal dynamic resistance $R_{id} \geqslant 10^{10}\ \Omega$ and their integration in lots grouped arround some medium values of the polarization voltage, to which there was obtained an R_{id} maximum for each diode. The distance between the groups'polarization is sufficient to be of 100 mV (Fig. 5). Fur-

ther the regulated voltage source must be adjusted for the necessary polarization voltage of each lot separately.

The efficient diode selection according to the dynamic resistance, remains further a problem in view because the operation is relatively laborious.

Received, March 15, 1973

IPA, Bucharest
and
Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Physics and Electronics

REFERENCES

1. Herşcovici H., Luca E., *Nouvelle interprétation de quelques phénomènes électroniques dans la jonction semiconductrice abrupte PN.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XIX (XXIII)**, *1—2*, s. III, 69—85 (1972).
2. Берман Л. К., *Введение в физику варикапов.* Изд. Наука, Ленинград, 1968.
3. Bajon J., *L'amplification paramétrique en électrométrie.* L'Onde Électrique, **4**, *3*, 535—543 (1968).
4. Bajon J., *Caractéristique d'un dispositif électrométrique à varactor.* Electronics Letters **4**, *8*, 161—163 (1968).
5. Roisman W., *Modulator cu rezistenţa de intrare foarte mare, realizat cu diode stabilizatoare, utilizate ca diode varicap.* Automatica şi Electronica, **11**, *2*, 62—69 (1967).
6. Stere R., *Modulatoare şi demodulatoare de măsurare cu dispozitive semiconductoare.* Doctoral Diss., Polyt. Inst., Bucharest, 1972.
7. Stere R., Landau A. D., *Étude d'un modulateur à diode varicap utilisé dans les amplificateurs de courant continu à grande impédance d'entrée.* Rev. Roum. des Sci., Techn., série Electrot. et Énerg., **14**, *1*, 93—109 (1969).

UNELE ASPECTE ALE REZISTENŢEI DIODELOR CU SILICIU ÎN UTILIZAREA VARICAP ÎN REGIMUL COMBINAT DE TENSIUNE CONTINUĂ ŞI ALTERNATIVĂ

(Rezumat)

Cercetările efectuate pe diode cu siliciu în regim varicap, din punct de vedere al rezistenţei interne a diodei, în montaj modulator, permit să se determine:

a) modul în care existenţa tensiunii alternative modifică rezistenţa internă a diodei, stabilindu-se o relaţie de calcul a rezistenţei în regim combinat;

b) modul în care introducerea unei tensiuni de polarizare inversă măreşte rezistenţa internă a diodei cu peste un ordin de mărime.

Se expun rezultatele principale obţinute cu un modulator cu siliciu în regim varicap, prevăzut cu polarizare inversă, realizată cu un stabilizator integrat.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3–4, 1974
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C. Z. 621.317.32 ; 622.307.382

EROARI LA COMPARATORUL ELECTROSTATIC–MAGNETOELECTRIC

DE

M. ANTONIU

1. Introducere

Cu toată evoluţia remarcabilă a voltmetrelor digitale [1],..., [3], precizia acestora la măsurarea tensiunilor alternative rămîne încă sensibil sub nivelul celei a comparatoarelor electromecanice ca/cc sau a dispozitivelor de transfer bazate pe termoscuplu [4], ceea ce justifică preocupările legate de perfecţionarea acestor comparatoare.

Dintre comparatoarele cunoscute, cel de tip electrostatic—magnetoelectric [5] se dovedeşte mai adecvat pentru măsurarea tensiunilor şi puterilor la frecvenţe înalte. Un asemenea comparator, construit şi brevetat în ţară [6], a fost descris într-o lucrare anterioară [7], iar în cele ce urmează se întreprinde o analiză a performanţelor şi limitelor acestui aparat, pe baza observaţiilor făcute la utilizarea acestuia la măsurări de precizie. Deşi comparatorul electrostatic—magnetoelectric este cunoscut de mai mulţi ani, în literatura de specialitate nu există vreo analiză a erorilor acestuia — studiu absolut necesar pentru cei care îl utilizează la măsurări de precizie.

2. Erori la măsurarea tensiunilor

Schema comparatorului electrostatic — magnetoelectric, în montaj pentru măsurarea tensiunilor, este indicată în fig. 1, iar în fig. 2 se reprezintă schema de etalonare a acestuia.

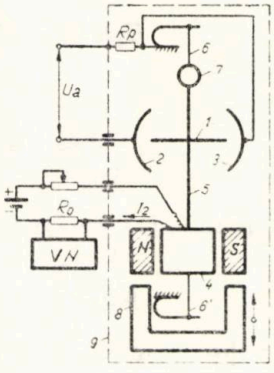


Fig. 1

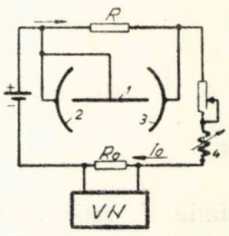


Fig. 2

2.1. Ecuaţia de funcţionare

Tensiunea alternativă de măsurat, U_a, intrînd în mecanismul de măsură electrostatic

(de tip electrometru cu cadrane), constituit din electrozii *1*, *2* și *3*, produce un cuplu de forma :

$$M_1 = K_1 U_a^2,$$

unde K_1 este constanta mecanismului. Acestuia i se opune cuplul (K_2 — contanta mecanismului magnetoelectric):

$$M_2 = K_2 I_2,$$

produs de bobina mobilă *4* a mecanismului magnetoelectric, alimentată la curentul de echilibrare I_2, măsurat cu mare precizie cu voltmetrul numeric *VN*, prin intermediul rezistenței R_0. Întrucît electrodul *1* și bobina *4* sînt fixate rigid pe același ax *5* — susținut pe bendițele de întindere *6* și *6'* — organul mobil al comparatorului va fi în echilibru — semnalat de către indicatorul optic *7* — cînd cele două cupluri vor fi egale, ceea ce conduce la ecuația de funcționare

$$U_a = \sqrt{\frac{K_2}{K_6} I_2}, \tag{1}$$

unde I_2 reprezintă valoarea curentului continuu, măsurată în momentul echilibrului.

Constanta K_2 poate fi modificată cu ajutorul șuntului magnetic *8*, ceea ce permite o modificare a sensibilității mecanismului față de curent (S_I), operație necesară pentru ușurarea manevrelor de echilibrare a comparatorului și pentru plasarea domeniului de lucru al acestuia în zona erorilor de sensibilitate minime. K_2 se reglează la etalonare iar valoarea acesteia se păstrează invariabilă în tot timpul măsurării tensiunilor U_a, pînă la o nouă etalonare.

Atît la etalonare cît și la măsurări, ecranul *9* trebuie să fie pus la pămînt.

Din schema reprezentată în fig. 2, aducînd comparatorul la echilibru, rezultă relația :

$$K_1 R^2 I_0^2 = K_2 I_0,$$

adică :

$$\frac{K_2}{K_1} = R^2 I_0. \tag{2}$$

Cu ajutorul acesteia relația (1) devine :

$$U_a = R\sqrt{I_0 I_2}, \tag{3}$$

unde I_0 reprezintă valoarea curentului continuu măsurată în momentul echilibrării comparatorului la etalonare, iar R — o rezistență precisă de valoare mare.

2.2. Analiza erorilor

Datele constructive ale comparatorului care face obiectul discuțiilor ce urmează sînt: limita superioară de măsură pentru tensiuni alternative $U_a \leqslant 3\,000$ V; curentul maxim în mecanismul magnetoelectric $I \leqslant 50$ mA; sensibilitatea față de curent $S_I = (0{,}5...1{,}5)10^6$ mm/A; $R = 50$ kΩ ($\pm 0{,}01\%$) și $R_0 = 100\ \Omega$ ($\pm 0{,}005\%$); precizia voltmetrului numeric („Solartron" cu 5 cifre) pe gama de măsură utilizată, mai bună decît 0,01%.

Din examinarea relațiilor (1), (2) și (3), rezultă că eroarea γ_U care apare la măsurarea tensiunii este de forma:

$$\gamma_U = \frac{\Delta R}{R} + \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta I_0}{I_0} + \frac{\delta I_0}{I_0} + \frac{\Delta I_2}{I_2} + \frac{\delta I_2}{I_2} + \frac{\Delta K_1}{K_1} + \frac{\Delta K_2}{K_2}\right) + \frac{\Delta D}{D}, \tag{4}$$

unde: $\Delta I_0/I_0$ și $\Delta I_2/I_2$ sînt erorile de măsurare ale curenților respectivi, $\delta I_0/I_0$ și $\delta I_2/I_2$ — erorile datorate pragului de sensibilitate al mecanismului magnetoelectric, $\Delta K_1/K_1$ și $\Delta K_2/K_2$ — erorile datorate modificărilor constantelor respective în timpul măsurărilor, iar $\Delta D/D$ — erorile datorate modificării elasticității benzilor de susținere *6*, *6'*.

Conform cu datele de mai sus rezultă $\Delta R/R = 0{,}01\%$.

Erorile $\Delta I_0/I_0$ și $\Delta I_2/I_2$ depind de precizia voltmetrului *VN* și a rezistenței R_0; în cazul de față aceste erori sînt $\Delta I_0/I_0 \approx \Delta I_2/I_2 \leqslant 0{,}01 + 0{,}005 = 0{,}015\%$.

a) *Erorile de sensibilitate*

Pentru calculul erorii de sensibilitate, $\delta I_0/I_0$, trebuie de observat că la variația curentului de echilibrare I_0 cu o cantitate redusă, δI_0, în jurul poziției de echilibru ($U_a = \text{const.}$), se obține un cuplu $M_2 = K_2 \delta I_0$; acestuia i se opune cuplul de rapel $D\delta\alpha$, unde $\delta\alpha$ reprezintă deviația spotului luminos pe scara gradată, iar D — cuplul specific al benzilor *6*. Din condiția de egalitate a variațiilor celor două cupluri rezultă ecuația:

$$\delta I_0' = \frac{D}{K_2}\delta\alpha = \frac{\delta\alpha}{S_{I_0}}, \tag{5}$$

unde S_{I_0} reprezintă sensibilitatea mecanismului magnetoelectric față de I_0.

Dacă $\delta\alpha$ este cea mai mică deviație perceptibilă a indicatorului (spotului) față de poziția zero, atunci δI_0 din (5) reprezintă tocmai eroarea absolută de sensibilitate, deoarece variațiile lui I_0 mai mici decît δI_0 nu pot fi sesizate de către mecanismul de măsură. Împărțind ambii membri ai acestei egalități cu I_0 se obține eroarea de sensibilitate

$$\frac{\delta I_0}{I_0} = \frac{\delta\alpha}{I_0 S_{I_0}}. \tag{6}$$

Cu același raționament se ajunge la relația:

$$\frac{\delta I_2}{I_2} = \frac{\delta\alpha}{I_2 S_{I_2}}, \tag{7}$$

unde, ca și mai înainte, $\delta\alpha$ reprezintă cea mai mică deviație perceptibilă a indicatorului pe scara gradată, I_2 — curentul de echilibrare iar S_{I_2} — sensibilitatea mecanismului față de I_2.

Din ambele relații se observă că erorile de sensibilitate sînt cu atît mai reduse cu cît mecanismul este mai sensibil și cu cît curenții de echilibrare sînt mai intenși, ceea ce dovedește că există o limită inferioară a acestor curenți sub care nu se poate coborî fără ca erorile de sensibilitate să depășească limita admisibilă. De exemplu dacă este necesar ca $\delta I_0/I_0 \leqslant 0{,}01\%$ și dacă se reglează sensibilitatea la $S_{I_0} = S_{I_2} = 10^6$ mm/A și se alege $\delta\alpha = 0{,}5$ mm, rezultă că I_0, $I_2 \geqslant 5$ mA, ceea ce conduce, conform cu (3), la restricția $U_a \geqslant 250$ V.

b) *Eroarea de transfer*

Termenul $\Delta K_1/K_1$ include atît modificarea lui K_1 la trecerea mecanismului electrostatic de pe tensiune continuă (etalonare) pe tensiune alternativă (măsurare) — eroarea de transfer — cît și modificarea acestuia sub acțiunea factorilor de influență.

În componența erorii de transfer intervin erorile introduse de diferența proprie de potențial [7], [8], de inductanța proprie și de rezistența de protecție R_p. Prima este redusă deoarece tensiunea este ridicată (peste 250 V); în plus, prin două echilibrări cu schimbarea polarității — după tehnica cunoscută — poate fi eliminată complet.

Inductanța proprie a mecanismului electrostatic (1) introduce o eroare de forma [9]

$$\gamma_l = \frac{(f/f_r)^2}{1 + (f/f_r)^2}, \tag{8}$$

unde f este frecvența tensiunii de măsurat, iar f_r — frecvența proprie de rezonanță a mecanismului electrostatic; în cazul de față $f_r = 50$ MHz, ceea ce arată că dacă se impune, de exemplu $\gamma_l \leqslant 0{,}01\%$, este necesar ca $f \leqslant 0{,}5$ MHz.

La creșterea frecvenței rezistența de protecție $R_p = 100$ kΩ introduce eroarea [10], [11]:

$$\gamma_{RP} = -\frac{1}{2}\omega^2 R_p^2 C_0^2, \tag{9}$$

unde C_0 este capacitatea proprie a mecanismului văzută de la bornele de intrare — în cazul de față $C_0 = 20$ pF — iar ω — pulsația tensiunii. Această eroare coboară mult limita superioară a domeniului de frecvență; de exemplu, dacă se impune ca $\gamma_{RP} \leqslant 0{,}01\%$ rezultă $f \leqslant 2\,500$ Hz. Din această cauză pentru frecvențe mai ridicate se renunță la rezistența R_p, iar funcția acesteia este preluată de către un eclator calibrat pentru 3 500 V, înseriat cu un releu cu acțiune rapidă.

O limită superioară a frecvenței este impusă și de curentul maxim admisibil prin bendița *6* (fig. 1), care în cazul de față este de 50 mA. Această restricție este concretizată în curba din fig. 3, trasată pentru $C_0 = 20$ pF.

Curba arată că pentru tensiuni peste 1 000 V limita superioară de frecvență este impusă de curentul menționat și nu de eroarea γ_I; se poate observa, de exemplu, că pentru 3 000 V frecvența nu poate depăși 130 kHz.

Factorii care exercită influența cea mai semnificativă sînt variația temperaturii și umidității mediului ambiant. La condensatoarele cu aer, de construcție îngrijită (mecanismul în discuție este în fond un condensator cu aer), influența umidității este sub 0,005%, iar cea a temperaturii sub 0,001%/°C [11]. Rezultă de aici că în condiții de lucru standard aceste erori se pot neglija.

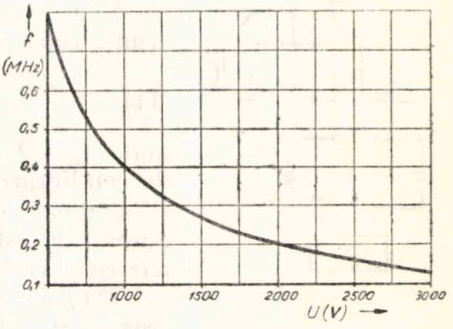


Fig. 3

Discuțiile de mai sus duc la concluzia că $\Delta K_1/K_1 \leqslant 0{,}02\%$, iar limita superioară a domeniului de frecvențe: 500 kHz — pentru $250 \leqslant U_a \leqslant 1\,000$ V și 100 kHz pentru $U \leqslant 3\,000$ V.

Eroarea $\Delta K_2/K_2$. Include, în principal, modificarea inducției în întrefier la variația temperaturii. La magneții de bună calitate această modificare este sub 0,01%/°C și, ca urmare, în condițiile temperaturii standard de lucru, $\Delta K_2/K_2 \leqslant 0{,}01\%$.

Eroarea $\Delta D/D$ include influența temperaturii și cea a histerezisului mecanic. Cercetările arată că la benzile din aliaje pe bază de argint, ambele erori rămîn sub 0,01%, la temperatura standard [10].

În fine, înlocuind în (4) valorile de mai sus, se obține

$$\gamma_U = 0{,}01 + \frac{1}{2}(0{,}01 + 0{,}015 + 0{,}01 + 0{,}015 + 0{,}02 + 0{,}01) + 0{,}01 = 0{,}06\%,$$

cu restricțiile: I_0, $I_2 \geqslant 5$ mA, $U_a \geqslant 250$ V și $f \leqslant 500$ kHz. Această precizie este suficient de bună pentru verificarea mijloacelor de măsurare a tensiunii la frecvențe înalte și în particular pentru verificarea convertoarelor ca/cc utilizate la voltmetrele numerice destinate măsurării tensiunilor alternative.

În legătură cu nivelul erorii γ_U trebuie de observat că acesta nu constituie o limită a performanțelor aparatului, ci o limită a posibilităților tehnologice de care s-a dispus (materiale, aparatură de verificare etc.) la realizarea acestuia. Deoarece există voltmetre electrostatice de clasă 0,05 [12] rezultă că la acest comparator — aparat de zero — eroarea γ_U poate fi coborîtă sensibil sub 0,06%.

O b s e r v a ț i e. Acest tip de comparator poate fi utilizat și la măsurarea tensiunilor continui ridicate (200...3 000 V), pentru care asigură o precizie mai bună decît compensatoarele de cc obișnuite, la care precizia este micșorată din cauza introducerii divizorului de tensiune.

3. Erori la măsurarea curenților

Schema utilizată la măsurarea curentului este redată în fig. 4, unde R_1 reprezintă o rezistență de precizie a cărei mărime este aleasă astfel încît $R_1 I_a \geqslant 250$ V, iar I_a — curentul alternativ de măsurat.

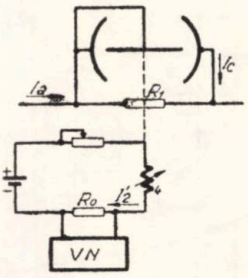


Fig. 4

Dacă se păstrează aceeași rezistență (R_1) și la etalonare — care se realizează după schema din fig. 2 — atunci ecuația de funcționare rezultă de forma :

$$I_a = \sqrt{I'_0 I'_2}, \tag{11}$$

unde I'_0 și I'_2 reprezintă valorile curentului continuu de echilibrare, la etalonare și respectiv măsurare.

Comparînd (11) cu (3) s-ar părea că măsurarea curentului este mai precisă decît cea a tensiunii, deoarece din ultima relație lipsește R. O analiză a relației (11) arată însă că, la frecvențe de zeci de kHz, eroarea γ_I este sensibil mai mare decît γ_U, deoarece în componența primei apare o eroare suplimentară importantă :

$$\gamma_c = -\frac{1}{2} R_1^2 C_0^2 \omega^2 \tag{12}$$

datorită curentului I_c (fig. 4) care se ramifică prin capacitatea mecanismului de măsură. De exemplu, dacă $R_1 = 10$ kΩ și $f = 50$ kHz rezultă $\gamma_c = 0{,}2\%$. Pentru a reduce această eroare la nivelul admisibil este necesar să se coboare limita superioară a frecvenței la cîțiva kHz, ceea ce reprezintă un mare neajuns. În plus, după cum se poate observa din fig. 4, mecanismul electrostatic în schema de ampermetru are și o impedanță interioară mare, de unde rezultă că se pot măsura curenți numai la surse cu tensiune mare (sute de volți).

Neajunsurile menționate arată că acest tip de comparator nu e adecvat pentru măsurarea curenților la frecvențe înalte, domeniu în care este depășit de metodele bazate pe termocuplu [13], [14].

4. Erori la măsurarea puterilor

Schema de montare a comparatorului pentru măsurarea puterii este reprezentată în fig. 5, unde rezistențele R_2 — de valoare mare (MΩ), identice și stabile față de variația temperaturii (manganină)—alcătuiesc divizorul de tensiune W a l k e r [15], iar R_3 este o rezistență de precizie, calibrată, de valoare mică (zeci pînă la sute de Ω).

Notînd cu v_1, v_2, v_3 valorile instantanee ale potențialelor electrozilor, *1*, *2* și respectiv *3*, expresia cuplului instantaneu dezvoltat de mecanismul electrostatic rezultă de forma :

$$m_1 = K_1[(v_1 - v_2)^2 - (v_1 - v_3)^2],$$

unde :

(13) $$v_1 - v_2 = \frac{u_a + i_a R_3}{2},$$

(14) $$v_1 - v_3 = \frac{u_a + i_a R_3}{2} - i_a R_3 = \frac{u_a - i_a R_3}{2}$$

și prin urmare

$$m_1 = K_1 R_3 u_a i_a .$$

Prin integrarea acestei expresii (perioada proprie de oscilație a organului mobil al comparatorului este redusă în raport cu cea a tensiunii u_a) se obține cuplul mediu pe o perioadă

(13) $$M_1 = K_1 R_3 U_a I_a \cos \varphi = K_1 R_3 P,$$

unde $P = U_a I_a \cos \varphi$ reprezintă puterea la bornele sarcinii Z.

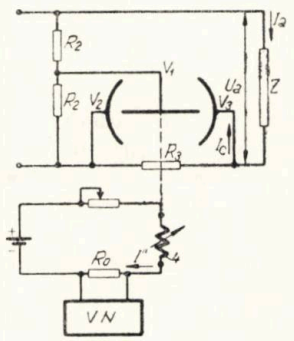


Fig. 5

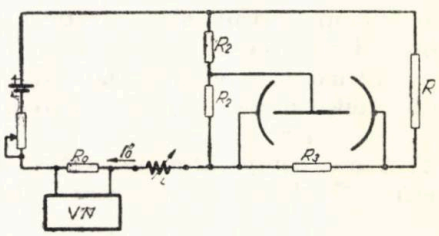


Fig. 6

Echilibrînd acest cuplu, după procedeul arătat mai înainte, se obține relația de transfer

(16) $$P = \frac{K_2}{K_1 R_3} I_2'',$$

unde I_2'' reprezintă valoarea curentului I_2 măsurată în momentul echilibrului.

Pentru determinarea constantei de transfer se montează comparatorul după schema de etalonare din fig. 6, situație în care este valabilă ecuația de echilibru

(17) $$K_1 R_3 R I_0''^2 = K_2 I_0'',$$

cu ajutorul căreia (16) poate fi transcrisă sub forma echivalentă :

(18) $$P = R I_0'' I_2''.$$

Analizînd această relație rezultă că eroarea la măsurarea puterii este

$$(19) \qquad \gamma_P = \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta I_0''}{I_0} + \frac{\delta I_0''}{I_0} + \frac{\Delta I_2''}{I_2} + \frac{\delta I_2''}{I_2} + \frac{\Delta K_1}{K_1} + \frac{\Delta K_2}{K_2} + \frac{\Delta D}{D} + \gamma_c,$$

unde γ_c reprezintă eroarea introdusă de curentul capacitiv care se închide prin mecanismul de măsură, de forma

$$(20) \qquad \gamma_c = \frac{1}{2} R_3^2 C_0^2 \omega^2.$$

Comparînd acum (19) cu (4) rezultă că în condiții egale $\gamma_P \geqslant 2\gamma_U$, adică precizia la măsurarea puterii este, în cel mai bun caz, jumătate din cea realizată la măsurarea tensiunii. La această observație mai trebuie de adăugat și restricția de frecvență impusă de (20); de exemplu, pentru $\gamma_c \leqslant 0{,}005\%$ ($R_3 = 500\ \Omega$, $C_0 = 20$ pF), este necesar ca $f \leqslant 150$ kHz.

Considerațiile de mai sus arată că erorile care afectează măsurarea puterilor active sînt sub 0,15%, dacă tensiunea sursei depășește 250 V iar frecvența este sub 150 kHz.

5. Concluzii

1. Comparatorul electrostatic—magnetoelectric este adecvat pentru măsurarea tensiunilor și puterilor la înaltă frecvență. În primul caz, realizează o precizie mai bună ca 0,05...0,1% pentru frecvențe pînă la 500 kHz, iar în al doilea caz — o precizie mai bună ca 0,15 ... 0,3% pentru frecvențe pînă la 150 kHz.

2. Acest comparator nu este adecvat pentru măsurarea curenților alternativi, fiind depășit de către metodele bazate pe termocuplu.

Primită la 29 decembrie 1973

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de Bazele electrotehnicii
și măsurări electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Oliver B. M. a. o., *Electronic Measurements and Instrumentation.* McGraw-Hill Book Company, N. Y., 1971, Ch. 8.
2. Богданов В. В. и др., *Цифровые электроизмерительные приборы.* Изд. Энергия, М., 1972.
3. * * * *Test and Measuring Instruments.* Catalogue, Philips, 1973, 108.
4. Kidwell W., *Electrical Instruments and Measurements.* Mc Graw-Hill Book Company, N. Y., 1969, Ch. 6.
5. Широков К., *Применение квадрантого электрометра для проверки вольтметров на переменном токе повышенной частоты.* Тр. ВНИИМ, *28*, 88 (1956).
6. Antoniu M., Certificat de inventator, nr. 53 802, 21 oct. 1969.
7. Antoniu M., *Comparator ca/cc electrostatic/magnetoelectric.* Metrologia aplicată, *2* (1970).
8. Palm A., *Elektrostatische Messgeräte.* Karlsruhe, 1951.
9. Antoniu M., *Instrumente electrostatice de măsură cu variație de tensiune pentru domeniul audio.* Teză de doctorat, Iași, 1968.
10. Pigin S. M., *Aparate de măsurat electrostatice de laborator.* A.T.M. (Buc.), *2* (1964).

11. Азарх С. Х., *Конденсаторы переменной эмкости*. М., 1965, 251.
12. * * * *Электростатические приборы высоко класса точности*. Проспект, ВНИИЭП, Ленинград, 1965.
13. Hermach F. L. a. o., *Thermal Voltage Converters for Acurate Voltage Measurements to 30 MHz*. Handbook **77**, vol. **1**, NBS.
14. Antoniu M., *Comparator ca/cc termoelectric—magnetoelectric pentru măsurarea precisă a curentului și tensiunii la frecvențe înalte*. Calitatea producției și metrologie, *1* (1974).
15. Walker M., *The Electrostatic Wattmeter in Commercial Measurements*. Trans. AIEE, **19**, 1033 (1902).

ERREURS AU COMPARATEUR ÉLECTROSTATIQUE – MAGNETOÉLECTRIQUE

(Résumé)

On analyse les performances et les limites d'un comparateur électrostatique – magnéto-électrique de construction originale. On aboutit à la conclusion que, à l'aide de ce comparateur on peut mesurer des tensions avec une erreur de 0,05...0,1% pour des fréquences jusqu'à 0,5 MHz, et des puissances actives avec une erreur de 0,15...0,3% pour des fréquences jusqu'à 150 kHz.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3–4, 1974
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C. Z. 621.314.224.3 : 621.3.088.7

CERCETĂRI REFERITOARE LA COMPENSAREA AUTOMATĂ A ERORILOR TRANSFORMATOARELOR DE CURENT PRIN UTILIZAREA UNUI AMPLIFICATOR ELECTRONIC DE MICĂ PUTERE ASOCIAT CU UN TRANSFORMATOR AUXILIAR *)

DE

ADRIAN CREȚU și ELENA AGAFIȚEI

1. Considerații teoretice

Înlocuirea amplificatorului electronic de putere relativ ridicată — utilizat în scopul compensării automate a erorilor transformatorului de curent [3], [1], [2] — printr-un dispozitiv mai eficient și, totodată, mai ușor de realizat, a preocupat mai mulți cercetători [4], [5]. Deși performanțele obținute prin aplicarea schemelor studiate în [4] și [5] sînt foarte bune, domeniul lor de aplicabilitate este relativ restrîns, întrucît transformatoarele de curent compensate — în baza acestor procedee — necesită modificări constructive. Într-adevăr, atît transformatoarele de curent cît și transformatoarele auxiliare utilizate în aceste scheme, trebuie să fie prevăzute în prealabil cu înfășurări suplimentare — „de indicator" — dificil de executat, mai ales la transformatoarele gata construite. Necesitatea acestor înfășurări are drept consecință și mărirea prețului de cost.

În scopul înlăturării dezavantajelor enumerate, în cele ce urmează este propus și analizat, teoretic și experimental, un montaj (fig. 1) destinat compensării erorilor oricăror transformatoare de curent, chiar și a acelora deja montate în instalații, fără a fi necesară vreo modificare constructivă a transformatoarelor respective.

Montajul din fig. 1 cuprinde, în afara transformatorului de curent *TI* compensat, un transformator auxiliar T_a, un amplificator electronic *AE* de putere relativ mică și un dispozitiv corector *DC* care, în principiu, poate lipsi.

Transformatorul auxiliar *T* avînd același raport de transformare ca și transformatorul *TI* și puterea egală sau mai mare ca a acestuia, are rolul de a furniza curentul $\underline{I}_2$ prin impedanța de sarcină $\underline{Z}_s$ atunci cînd, ca urmare a conectării dispozitivului de compensare, fluxul din miezul transformatorului *TI*, respectiv tensiunea electromotoare $\underline{E}_{2\alpha}$ produsă de acesta, devin foarte mici, practic neglijabile.

*) Prezentată la cea de a III-a sesiune științifică comună a CIMAE-CCP Electroputere și a Universității din Craiova, din 17–18 mai 1974.

Pentru a pune în evidență influența exercitată de amplificatorul electronic AE asupra erorii complexe α a transformatorului TI, respectiv asupra tensiunii electromotoare $\underline{E}_{2\alpha}$ induse în secundarul N_2 al acestuia, în fig. 2 s-a reprezentat schema echivalentă corespunzătoare montajului din fig. 1, în ipoteza că deocamdată dispozitivul corector DC lipsește, adică punctele $l, k_a, 1'$ și 1 sînt la același potențial.

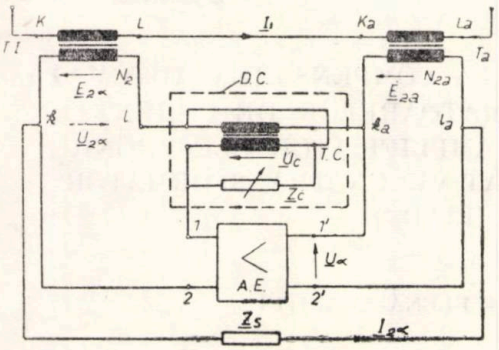


Fig. 1

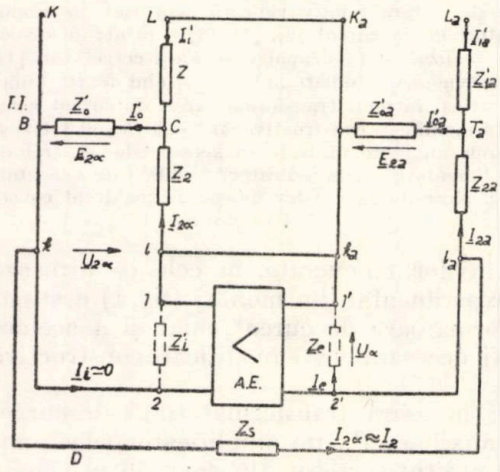


Fig. 2

Se știe că, pentru transformatorul de curent TI, tensiunea electromotoare $\underline{E}_2$ indusă în secundarul său, înainte de conectarea dispozitivului de compensare electronic ($AE + T_a$), are expresia :

$$(1) \qquad \underline{E}_2 = \underline{Z}_s\underline{I}_2 + \underline{Z}_2\underline{I}_2,$$

în care $\underline{Z}_2$ este impedanța înfășurării secundare N_2.

După conectarea dispozitivului $AE + T_a$, expresia tensiunii electromotoare $\underline{E}_{2\alpha}$, indusă în secundarul transformatorului TI, dedusă prin aplicarea teoremei de tensiuni a lui Kirchhoff în ochiurile $Bk\,Dl_a\,2'1'k_a\,l\,CB$ și $Bk\,l\,CB$, devine :

$$(2) \qquad \underline{E}_{2\alpha} = -\underline{U}_\alpha + \underline{Z}_s\underline{I}_{2\alpha} + \underline{Z}_2\underline{I}_{2\alpha} + \underline{Z}_e\underline{I}_e = \underline{U}_{2\alpha} + \underline{Z}_2\underline{I}_{2\alpha},$$

în care $\underline{I}_2^{\alpha}$ este valoarea curentului prin impedanța de sarcină $\underline{Z}_s$ după conectarea dispozitivului $AE + T_a$ iar $\underline{Z}_e$, $\underline{I}_e$ și $\underline{U}_\alpha$ sînt, respectiv, impedanța de ieșire, curentul și tensiunea electromotoare obținute la ieșirea amplificatorului electronic AE. Totodată, tensiunea electromotoare $\underline{U}_\alpha$ este dată de:

$$(3) \qquad \underline{U}_\alpha = \underline{A}\underline{U}_{2\alpha},$$

unde $\underline{A}$ este amplificarea în tensiune a amplificatorului AE, iar $\underline{U}_{2\alpha}$ — tensiunea la bornele secundarului transformatorului TI, după conectarea dispozitivului $AE + T_a$.

Ținînd cont de (3), din (2) rezultă imediat :

$$(4) \qquad \underline{U}_{2\alpha} = \frac{\underline{Z}_s\underline{I}_{2\alpha} + \underline{Z}_e\underline{I}_e}{1 + \underline{A}}.$$

Prin substituirea relației (4) în (2) se obține:

$$\underline{E}_{2\alpha} = \frac{\underline{Z}_s\underline{I}_{2\alpha} + \underline{Z}_e\underline{I}_e}{1 + \underline{A}} + \underline{Z}_2\underline{I}_{2\alpha}. \tag{5}$$

Întrucît curentul $\underline{I}_{2\alpha}$, care circulă prin impedanța de sarcină $\underline{Z}_s$ după conectarea dispozitivului $AE + T_a$, rămîne practic egal cu curentul $\underline{I}_2$ care parcurgea aceeași impedanță înainte de conectarea acestui dispozitiv, adică:

$$\underline{I}_2 \approx \underline{I}_{2\alpha}, \tag{6}$$

prin efectuarea raportului relațiilor (1) și (5) rezultă:

$$\frac{\underline{E}_2}{\underline{E}_{2\alpha}} = \frac{\underline{Z}_s + \underline{Z}_2}{\underline{Z}_s + (1 + \underline{A})\underline{Z}_2 + \underline{Z}_e\underline{I}_e/\underline{I}_{2\alpha}}(1 + \underline{A}) \approx \frac{\underline{Z}_s + \underline{Z}_2}{\underline{Z}_s + (1 + \underline{A})\underline{Z}_2}(1 + \underline{A}), \tag{7}$$

în care termenul $\underline{Z}_e\underline{I}_e/\underline{I}_{2\alpha}$ s-a putut neglija în raport cu suma $\underline{Z}_s + (1 + A)\underline{Z}_2$, deoarece curentul $\underline{I}_e$ debitat de amplificatorul AE este mult mai mic decît curentul $\underline{I}_{2\alpha}$, iar impedanța $\underline{Z}_e$ este de asemenea mult mai mică decît suma celorlalte două impedanțe.

În continuare, se va determina expresia erorii complexe $\underline{\alpha}_\alpha$ a transformatorului de curent TI, după conectarea dispozitivului $AE + T_a$, plecînd în acest scop de la expresia generală a erorii [1]:

$$\underline{\alpha}_\alpha = \frac{\underline{I}_0'}{\underline{I}_1'} = \frac{\underline{I}_0'}{\underline{I}_0' - \underline{I}_2}, \tag{8}$$

în care $\underline{I}_1'$ este curentul primar, iar $\underline{I}_0'$ — curentul de mers în gol al transformatorului TI, ambii raportați la secundar.

Avînd în vedere că tensiunea electromotoare $\underline{E}_{2\alpha} = -\underline{Z}_0'\underline{I}_0'$, unde $\underline{Z}$ este impedanța de magnetizare a transformatorului TI raportată la secundar (fig. 2), prin substituirea tensiunii $\underline{U}_{2\alpha}$ cu relația (4), din (2) rezultă:

$$\underline{I}_{2\alpha} = \frac{-\underline{Z}_0'\,\underline{I}_0'}{\underline{Z}_s\dfrac{1}{1+\underline{A}} + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_e\dfrac{\underline{I}_e}{\underline{I}_2}\cdot\dfrac{1}{1+\underline{A}}} \approx \frac{\underline{Z}_0'(1 + \underline{A})}{\underline{Z}_s + \underline{Z}_2(1 + \underline{A})}\underline{I}_0', \tag{9}$$

unde termenul $\underline{Z}_e\dfrac{\underline{I}_e}{\underline{I}_{2\alpha}}\cdot\dfrac{1}{1+\underline{A}}$ s-a neglijat din motivele arătate mai sus.

Înlocuind (9) în (8) se obține imediat:

$$\underline{\alpha}_\alpha = \frac{\underline{Z}_s + \underline{Z}_2(1 + \underline{A})}{\underline{Z}_s + \underline{Z}_2(1 + \underline{A}) + \underline{Z}_0'(1 + \underline{A})} \approx \frac{\underline{Z}_s + \underline{Z}_2(1 + \underline{A})}{\underline{Z}_0'(1 + \underline{A})}, \tag{10}$$

deoarece impedanțele $\underline{Z}_s$ și $\underline{Z}_2$ sînt neglijabile în raport cu impedanța de magnetizare $\underline{Z}_0'$.

Întrucît eroarea complexă $\underline{\alpha}$ a transformatorului TI, înainte de cuplarea dispozitivului $AE + T_a$, are expresia [1]:

$$\underline{\alpha} \approx \frac{\underline{Z}_s + \underline{Z}_2}{\underline{Z}_0'}, \tag{11}$$

raportul $\underline{\alpha}/\underline{\alpha}_\alpha$, determinat prin împărțirea relațiilor (11) și (10), are forma:

$$\frac{\underline{\alpha}}{\underline{\alpha}_\alpha} = \frac{\underline{Z}_s + \underline{Z}_2}{\underline{Z}_s + \underline{Z}_2(1 + \underline{A})}(1 + \underline{A}), \tag{12}$$

identică cu expresia (7) a raportului $\underline{E}_2/\underline{E}_{2\alpha}$.

Relațiile (7) și (12) scot în evidență faptul că, în cazul montajului analizat, conectarea dispozitivului de compensare $AE + T_a$ are drept consecință reducerea, în același raport, care depinde în principal de amplificarea în tensiune $\underline{A}$ a amplificatorului electronic utilizat, atît a tensiunii electromotoare $\underline{E}_2$ induse în secundarul transformatorului TI cît și a erorii sale complexe $\underline{\alpha}$. Comparînd însă aceste relații cu expresiile acelorași rapoarte, respectiv:

$$\frac{\underline{\alpha}}{\underline{\alpha}_\alpha} = \frac{\underline{E}_i}{\underline{E}_{i\alpha}} = \frac{\underline{Z}_s + \underline{Z}_2}{\underline{Z}_s + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_c}\left(1 + \underline{A}\frac{N_3}{N_2}\right), \tag{13}$$

valabile pentru cazul în care compensarea erorilor transformatorului TI se efectuează utilizînd un amplificator de putere mare, alimentat de la bornele unei înfășurări de indicator cu N_3 spire, plasată pe miezul transformatorului [2], [1] sau:

$$\frac{\underline{\alpha}}{\underline{\alpha}_\alpha} = \frac{\underline{E}_i}{\underline{E}_{i\alpha}} \approx \left(1 + \underline{A}\frac{N_3}{N_2}\right), \tag{14}$$

rezultate pentru schema analizată în [4], se poate constata ușor că din punct de vedere al micșorării erorilor montajul propus — în lipsa dispozitivului corector DC — are performanțe mai scăzute. Această concluzie se explică prin faptul că, în timp ce în cadrul montajelor cunoscute [2], [4], [5] alimentarea amplificatorului AE se efectua cu o tensiune electromotoare $\underline{E}_{i\alpha} = \underline{E}_{2\alpha}N_3/N_2 \geqslant \underline{E}_{2\alpha}$, în cazul schemei analizate (fig. 1), la intrarea *1*, *2* a amplificatorului electronic se aplică doar o parte din această tensiune electromotoare și anume $\underline{U}_{2\alpha} = \underline{E}_{2\alpha} - \underline{Z}_2\underline{I}_{2\alpha}$.

Performanțele schemei propuse pot fi însă mult îmbunătățite prin introducerea unui dispozitiv corector DC, alcătuit în principal dintr-un transformator TC, al cărui secundar este conectat pe o impedanță reglabilă $\underline{Z}_c$ la bornele căreia se obține o tensiune $\underline{U}_c$ egală și simfazică cu căderea de tensiune internă $\underline{Z}_2\underline{I}_{2\alpha}$ a transformatorului TI. În acest mod la intrarea amplificatorului electronic se va aplica suma tensiunilor $\underline{U}_{2\alpha} + \underline{U}_c = \underline{U}_{2\alpha} + \underline{Z}_2\underline{I}_{2\alpha} = \underline{E}_{2\alpha}$, efectul de compensare al montajului din fig. 1 devenind astfel practic identic cu cel al schemelor care utilizează înfășurări de indicator, evident, numai pentru cazul $N_3 = N_2$.

Într-adevăr, recalculînd raportul $\underline{\alpha}/\underline{\alpha}_\alpha$ pentru montajul propus, prevăzut de această dată și cu dispozitivul DC, se obține:

$$\frac{\underline{\alpha}}{\underline{\alpha}_\alpha} = \frac{\underline{E}_2}{\underline{E}_{2\alpha}} \approx 1 + \underline{A}, \tag{15}$$

care, în cazul $N_3 = N_2$, este identic cu (14) și mai mare decît valoarea dată de (13), deoarece cu acest montaj se elimină practic influența negativă a impedanței de ieșire $\underline{Z}_e$ a amplificatorului electronic utilizat, analizată pe larg în [2].

2. Încercări și rezultate experimentale

În scopul confirmării concluziilor teoretice, rezultate mai sus, s-au efectuat unele încercări experimentale, utilizînd pentru aceasta instalația reprezentată în fig. 3.

Pentru ca rezultatele experimentale obținute să permită o comparare efectivă a performanțelor montajului propus (fig. 1) cu acelea ale schemelor analizate în [1] și [2], la realizarea instalației din fig. 3 s-au utilizat practic aceleași elemente ca și în [2], după cum urmează: TI — transformator de curent cu puterea nominală $S_n = 5$ VA, clasa de precizie 1, raportul de transformare $k_{In} = I_{1n}/I_{2n} = 25/5$, numărul de spire ale înfășurărilor primară, secundară și de indicator, respectiv $N_1 = 14$, $N_2 = N_3 = 70$ spire; AE — amplificator de joasă frecvență tranzistorizat, cu cuplaj galvanic, avînd puterea egală cu 10 W, amplificarea în tensiune $\underline{A} = A = 8$, impedanța de intrare $\underline{Z}_i = 1{,}5$ MΩ, cuplarea lui pe circuitul de sarcină realizîndu-se printr-un transformator de adaptare cu raportul 300/60 [6]; T_a — transformator de curent auxiliar, cu puterea nominală $S_{na} = 10$ VA $> S_n$ și raportul de transformare $k_{Ina} = k_{In} = 25/5$; AT — autotransformator ATR-8; T — transformator cu puterea 1 000 VA și raportul de transformare 220/24 V; VE — milivoltmetru electronic TESLA; A — ampermetru electromagnetic de 50 A și clasă de precizie 0,5; Z_s — impedanță reglabilă, cu $\cos\varphi = 1$.

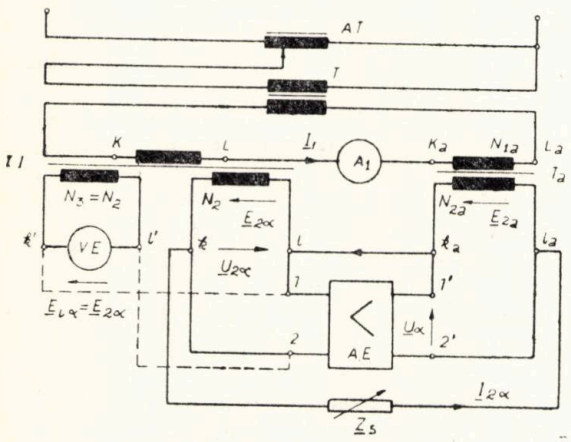


Fig. 3

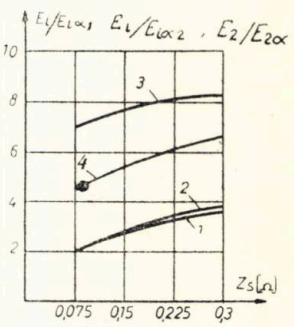


Fig. 4

Pentru cazul cercetat nu interesează direct valoarea absolută a erorilor transformatorului de curent, ci doar raportul α/α_α în care se micșorează aceste erori ca urmare a conectării dispozitivului de compensare $AE + T_a$. Totodată, ținînd cont de relațiile (7) și (12), modulul raportului α/α_α se poate obține indirect, prin determinarea experimentală a modulului raportului $\underline{E}_2/\underline{E}_{2\alpha}$, tensiunile electromotoare E_2 și $E_{2\alpha}$, induse în înfășurarea secundară N_2 a transformatorului TI înainte și, respectiv, după conectarea dispozitivului $AE + T_a$, măsurîndu-se cu voltmetrul electronic VE, dispus la bornele înfășurării de indicator N_3. Acest procedeu este corect întrucît înfășurarea de indicator N_3 are același număr de spire ca și înfășurarea secundară N_2.

În tabelul 1 sînt date valorile măsurate ale tensiunilor electromotoare E_2 și $E_{2\alpha}$, pentru diferite valori ale impedanței de sarcină Z_s, la $\cos\varphi = 1$ și $I_1 = \text{const.} = (0,\ 2\ ;...1)I_{1n}$.

Pe baza datelor experimentale din tabelul 1 s-a trasat curba *1* (fig. 4), reprezentînd variația modulului raportului $\underline{E}_2/\underline{E}_{2\alpha} = \alpha/\alpha_\alpha$ funcție de impedanța de sarcină $\underline{Z}_s$, la $\cos\varphi = 1$ și $I_1 = \text{const.}$, care diferă neesențial de curba *2*, a aceleiași funcții, calculată și trasată însă pe baza relației (7) (sau (12)), în care $\underline{Z}_2 = 0{,}06 + \text{j}\ 0{,}016\ \Omega$, $\underline{A} = A = 8$, $\underline{Z}_s = (0{,}075\ ;...0{,}3)\Omega$; micile diferențe dintre curbele *1* și *2* se datoresc influenței negative — foarte reduse, în cazul montajului propus — a impedanței de ieșire $\underline{Z}_e$ a amplificatorului AE, neglijate la deducerea relației (7). Se confirmă astfel exactitatea relațiilor teoretice obținute în prima parte a acestei lucrări.

În scopul comparării performanțelor montajului propus cu performanțele unor montaje la care alimentarea amplificatorului AE se efectuează de la înfășurări de indicator plasate pe miezul transformatorului TI [2], [4], se redau în tabelul 2 valorile E_i și $E_{i\alpha_1}$ ale tensiunilor electromotoare induse în înfășurarea de indicator N_3 înainte și, respectiv, după cuplarea dispozitivului $AE + T_a$, măsurate pentru cazul cînd, în fig. 3, se realizează conexiunile k', *1* și l', *2* (notate cu linii întrerupte), legăturile k, *2* și l, *1* fiind — de această dată — întrerupte. Tensiunea $E_{i\alpha_2}$, din același tabel, s-a determinat pentru situația în care compensarea erorilor transformatorului TI se realizează numai cu ajutorul amplificatorului AE, transformatorul auxiliar T_a fiind exclus din schemă, intrarea *1*, *2* a amplificatorului rămînînd conectată la bornele k', l' ale înfășurării N_3.

Pe baza datelor din tabelul 2, în fig. 4 s-au trasat și variațiile rapoartelor $E_i/E_{i\alpha_1}$ și $E_i/E_{i\alpha_2}$ (curba *3*, respectiv *4*) funcție de impedanța de sarcină Z_s, la $\cos\varphi = 1$ și $I_1 = \text{const.}$

Curbele *1*, *3* și *4* (fig. 4), analizate comparativ, confirmă concluzia teoretică obținută prin compararea relațiilor (12), (13) și (14), în sensul că, într-adevăr, performanțele montajului propus — în lipsa dispozitivului DC — sînt inferioare celor realizate de montajele care utilizează înfășurări de indicator [2], [4]. Introducerea dispozitivului corector DC are drept efect o creștere însemnată a performanțelor montajului din fig. 1, pînă la cel puțin nivelul performanțelor montajelor cu înfășurări de indicator (curba *1* se suprapune practic, în acest caz, peste curba *3*); totuși această modificare a schemei are drept consecință și o ridicare nedorită a prețului de cost.

Tabelul 1

I_1/I_{1n}	0,2				0,4				0,6				0,8				1			
Z_s [Ω]	0,075	0,15	0,225	0,3	0,075	0,15	0,225	0,3	0,075	0,15	0,225	0,3	0,075	0,15	0,225	0,3	0,075	0,15	0,225	0,3
E_2 [V]	0,12	0,195	0,26	0,33	0,24	0,36	0,52	0,62	0,36	0,59	0,85	0,95	0,47	0,82	1,15	1,32	,57	1,1	1,35	1,55
$E_{2\alpha}$ [V]	0,052	0,073	0,083	0,094	0,12	0,135	0,165	0,18	0,18	0,226	0,27	0,28	0,24	0,308	0,36	0,39	2 9	0,41	0,425	0,45

Tabelul 2

I_1/I_{1n}	0,2				0,4				0,6				0,8				1			
Z_s [Ω]	0,075	0,15	0,225	0,3	0,075	0,15	0,225	0,3	0,075	0,15	0,225	0,3	0,075	0,15	0,225	0,3	0,075	0,15	0,225	0,3
E_i [V]	0,12	0,195	0,26	0,33	0,241	0,36	0,52	0,62	0,36	0,59	0,85	0,95	0,47	0,82	1,15	1,32	0,57	1,1	1,35	1,55
$E_{i\alpha_1}$ [V]	0,017	0,025	0,032	0,04	0,035	0,046	0,064	0,075	0,052	0,075	0,105	0,115	0,067	0,105	0,142	0,16	0,082	0,14	0,165	0,188
$E_{i\alpha_2}$ [V]	0,027	0,036	0,042	0,051	0,055	0,066	0,084	0,096	0,082	0,109	0,137	0,147	0,107	0,151	0,185	0,205	0,128	0,202	0,218	0,24

Încercările experimentale și relațiile teoretice deduse anterior au permis obținerea, în afara concluziilor prezentate, a unor date importante referitoare la modul de alegere și proiectare a elementelor componente ale dispozitivului de compensare $AE + T_a$, utilizat la montajul din fig. 1.

Transformatorul auxiliar T_a trebuie să fie de asemenea un transformator de curent, cu raportul de transformare egal cu cel al transformatorului de curent TI compensat. Puterea acestui transformator auxiliar se va determina cu relația :

$$S_{Ta} \approx | \underline{Z}_2 + \underline{Z}_{s\max} | I_{2n}^2 , \tag{16}$$

în care $\underline{Z}_{s\max}$ este valoarea maximă impusă pentru impedanța de sarcină $\underline{Z}_s$ a transformatorului TI, iar $\underline{Z}_2$ și $\underline{I}_{2n}$ reprezintă impedanța înfășurării secundare, respectiv curentul secundar nominal al acestui transformator.

Referitor la amplificatorul electronic AE s-a constat că puterea furnizată de acesta, în cadrul schemei propuse, este de circa 100 de ori mai mică decît puterea pe care ar debita-o același amplificator cînd ar fi conectat conform schemelor din [1] și [2], adică fără a fi asociat cu transformatorul auxiliar T_a. Puterea amplificatorului AE, necesar schemei propuse, se va calcula cu relația aproximativă :

$$S_{AE} \geqslant | \underline{\alpha} | \cdot | \underline{Z}_2 + \underline{Z}_{s\max} | I_{2n}^2 , \tag{17}$$

deoarece furnizează numai puterea corespunzătoare erorii $\underline{\alpha}$ a transformatorului TI.

Amplificarea în tensiune $\underline{A}$ a amplificatorului AE se va determina pe baza erorii maxime, admise pentru transformatorul de curent TI, de compensat (relația (10)).

Trebuie subliniat că, și în acest caz, amplificatorul AE necesită o impedanță de intrare $\underline{Z}_i$ foarte mare, deoarece curentul $\underline{I}_i$, ramificat prin impedanța $\underline{Z}_i$ (fig. 2), trebuie să fie practic nul [1]. De asemenea, ieșirea din amplificator trebuie realizată prin intermediul unui transformator de adaptare, întrucît impedanța circuitului de sarcină al amplificatorului este relativ mică.

3. Concluzii

1. Se propune și se studiază, teoretic și experimental, o schemă destinată compensării automate a erorilor transformatoarelor de curent.

2. Schema propusă prezintă următoarele avantaje :

a) Permite compensarea automată „din exterior" a erorilor oricărui transformator de curent, chiar și a acelora deja montate în instalații, deoarece această schemă nu presupune modificări constructive ale transformatoarelor compensate.

b) În raport cu schemele cunoscute, care necesită prezența unui amplificator de putere ridicată, dificil de realizat practic [2], [3], schema propusă utilizează un amplificator electronic tranzistorizat, de putere mică, cu amplificarea în tensiune mult mai mare și, în același timp, ușor de construit cu materiale de pe piața internă.

c) Schema din fig. 1 păstrează toate avantajele procedeului electronic [1], în sensul că permite compensarea erorilor oricărui transformator de curent într-un domeniu larg de variație a impedanței de sarcină $\underline{Z}_s$ și a curentului de măsurat $\underline{I}_1$.

Primită la 5 iunie 1974

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini electrice și electrotehnică generală

BIBLIOGRAFIE

1. Agafiței El., Crețu Adr., *Considerații asupra metodei electronice de compensare a erorilor transformatorului de curent.* Bul. Inst. polit. Iași, **XIX (XXIII)**, *3—4*, s. III, 87—95 (1973).
2. Crețu Adr., Agafiței El., *Aspecte noi ale procedeului electronic de compensare a erorilor transformatoarelor de curent.* Comunicată la cea de a III-a sesiune științifică comună a CIMAE—CCP Electroputere și a Universității din Craiova, 17—18 mai 1974.
3. Istvanfy Gy., Sluszkiewicz Th., *Fehlerverminderung bei Stromwandlern mit Hilfe einer „negativen Bürde".* Periodica Polytechnica, Ungaria, **7**, *1*, 137—155 (1965).
4. Friedl R., *Stromwandlern mit elektronischer Fehlerkompensation.* Meßtechnik, *10*, 241 (1968).
5. Peterson O., *A Self-Balancing Current Comparator.* IEEE Trans. on Instr. a. Meas., **IM-15**, *1—2*, 62 (1966).
6. Popoiu C., *Amplificatoare de joasă frecvență.* Ed. Tehn., Buc., 1971.

RECHERCHES CONCERNANT LA COMPENSATION AUTOMATIQUE DES ERREURS DES TRANSFORMATEURS DE COURANT AVEC UN AMPLIFICATEUR ÉLECTRONIQUE DE FAIBLE PUISSANCE ASSOCIÉ À UN TRANSFORMATEUR AUXILIAIRE

(Résumé)

On propose et on étudie du point de vue théorique et expérimentale un schéma destiné à la compensation automatique, de l'extérieur, des erreurs de n'importe quel transformateur de courant, y compris ceux déja construits et montés dans les instalations électriques. L'élement principal de ce schéma est un dispositif résulté de l'association d'un transformateur auxiliaire à un amplificateur électronique de faible puissance.

On présente le critérium qui sert à choisir les élements qui composent le schéma. On analyse aussi les avantages et les désavantages du schéma proposé par rapport aux performances obtenues par l'application des autres procédés.

BULTETINUL INSTITUTULUI PULITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3–4, 1974
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C. Z. 621.315.24; 538.551.25

FEROREZONANȚA SUBARMONICĂ ÎN LINIILE DE TRANSPORT DE ENERGIE ELECTRICĂ *)

DE

GH. CÎRȚINĂ și VIRGIL ALEXANDRESCU

1. Introducere

Compensarea longitudinală prin baterii de condensatoare reprezintă o practică curentă în liniile lungi de foarte înaltă tensiune, iar în liniile de medie tensiune nu mai constituie o noutate de peste două decenii (în anul 1950 — linia de 10 kV Vallée d'Azergues din Franța, în 1951 — linia de 20 kV Uppsala—Harbo din Suedia etc.). Această metodă se întrebuințează atît la liniile existente, care nu mai fac față creșterii sarcinii, rezolvînd pentru o perioadă de timp această problemă, cît și la liniile noi foarte lungi (peste 400 km), la care puterea transportată este limitată, în special, de condiții de stabilitate. Pentru fiecare caz în parte, calculele tehnico-economice sînt cele care stabilesc soluția optimă ce urmează să fie adoptată.

Îmbunătățirea stabilității, compensarea căderilor de tensiune și preluarea variațiilor rapide ale tensiunii datorate șocurilor de sarcină reactivă sînt cîteva din situațiile în care condensatorul serie s-a impus cu certă superioritate față de alte mijloace. Nu ne oprim mai mult asupra acestor aspecte deoarece ele sînt tratate sistematic și riguros într-un număr mare de lucrări ([1],...,[3], [5], [7] etc.).

Unul din fenomenele nedorite care apar frecvent în liniile electrice de transport cu compensare serie îl constituie ferorezonanța subarmonică. Apariția unui astfel de regim depinde esențial de caracteristica de magnetizare a transformatorului sau reactorului și de gradul de compensare a liniei. Utilizarea exclusivă, la transformatoarele de putere mare, a oțelului laminat la rece, perfecționarea prelucrării tehnologice cît și îmbunătățirea proiectării și construcției miezului au contribuit la scăderea pierderilor și la creșterea neliniarității curbei de magnetizare. Dată fiind importanța problemei, în literatură există numeroase lucrări ([4], [8], [11] etc.) care studiază acest fenomen, dar toate folosesc ca model circuitul serie alimentat cu o tensiune sinusoidală. În realitate, la liniile de transport de energie electrică mai intervin o serie de parametri ca de exemplu, gradul de compensare, capacitatea conductoarelor față de pămînt, capacitatea între faze, mărimea și natura sarcinii, puterea sursei de alimentare etc.

În prezenta lucrare se studiază teoretic și experimental influența parametrilor liniilor de transport asupra oscilațiilor subarmonice.

2. Influența gradului de compensare

Pentru determinarea influenței exercitată de gradul de compensare asupra oscilațiilor subarmonice, se pornește de la ecuația circuitului serie respectiv, alimentat cu o tensiune sinusoidală :

*) Prezentată la sesiunea științifică a Universității din Craiova, decembrie 1971.

$$\frac{d\psi}{dt} + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt = \sqrt{2}\,U \sin \omega t. \tag{1}$$

Folosind substituțiile :

$$\psi = \psi_m\, y, \quad i = I_m\, x, \tag{2}$$

pentru o caracteristică de magnetizare

$$x = N(y) \tag{3}$$

se obține :

$$\frac{d^2}{dt_1^2}\left[z + \frac{L}{L_m} N(z)\right] + N(z) = E \cos 3t_1\,. \tag{4}$$

În ecuația (4) s-au folosit notațiile :

$$\Omega^2 = \frac{I_m}{C\psi_m} = \frac{1}{L_m C}, \quad t = \Omega t_1, \quad y = z, \quad E = \frac{\sqrt{2}\,U\omega}{\Omega^2 \psi_m}. \tag{5}$$

Notînd gradul de compensare prin raportul $k = x_C/x_L = 1/\omega^2 LC$, atunci $L = 1/k\omega^2 C$ și ecuația (4) devine :

$$\frac{d^2}{dt_1^2}\left[z + \frac{1}{k\omega^2 C L_m} N(z)\right] + N(z) = E \cos 3t_1\,. \tag{6}$$

Ecuația (6),[1] obținută sub o formă avantajoasă, care se pretează la studiul subarmonicii a treia, este cel mai des întîlnită. Se caută, pentru ecuația (6), o soluție de forma [6] :

$$z = a \cos t_1 + b \cos 3t_1 \qquad b = -\frac{E}{8}; \tag{7}$$

expresia caracteristicii de magnetizare devine

$$N(z) = f \sin t_1 + g \cos t_1 + \ldots \tag{8}$$

În relația (8) $f = f(a, b)$ și $g = g(a, b)$ depind de caracteristica de magnetizare a transformatorului. Prin înlocuirea expresiilor (7) și (8) în (6) rezultă :

$$g(a, b) = \frac{1}{1 - 1/k\omega^2 LC}\, a. \tag{9}$$

În cazul particular cînd $N(z) = z^5$, aproximare satisfăcătoare pentru numeroase cazuri practice, $g(a, b)$ are forma :

$$g(a, b) = \frac{5}{8} a\left(a^4 + \frac{5}{2} a^3 b + 6a^2 b^2 + 3ab^3 + 3b^4\right) \tag{10}$$

iar (9) devine :

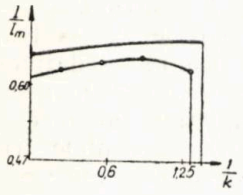


Fig. 1

$$(9')\quad a^4+\frac{5}{2}a^3b+6a^2b^2+3ab^3+3b^4-\frac{8}{5}\cdot\frac{1}{1-X_C/kX_m}=0.$$

Fig. 1 reprezintă dependența curentului subarmonic de gradul de compensare al liniei, pentru $U/U_m = 0{,}52$ și $C = 3\mu F$. Rezultatele experimentale sînt marcate prin curba balustrată, iar cele calculate prin curba continuă. Această convenție se respectă în continuare. Încercările experimentale au fost efectuate în laborator pe un model cu $w = 5\,000$ spire, $U_m = 356$ V, $I_m = 150$ mA și frecvența sursei de alimentare 200 Hz. Rezultatele arată o ușoară creștere a subarmonicii pe măsură ce gradul de compensare scade.

3. Influența capacității conductoarelor față de pămînt

Capacitatea conductoarelor față de pămînt, deși în general redusă (aproximativ 1 μF/100 km), nu trebuie neglijată pentru lungimi mari ale liniei, deoarece poate antrena modificări sensibile ale tensiunilor și curenților subarmonici. Se consideră linia reprezentată printr-un lanț de doi cuadripoli avînd schema echivalentă în T (fig. 2). Cu notațiile din figură, se poate scrie :

$$(11)\quad \frac{d\psi}{dt}+\frac{1}{C}\int i_4dt+L\frac{di_1}{dt}+2L\frac{di_4}{dt}+L\frac{di_5}{dt}=\sqrt{2}\,U\sin\omega t\,,$$

$$(12)\quad \frac{d\psi}{dt}+L\frac{di_1}{dt}=\frac{1}{C}\int i_2dt,\qquad (13)\quad 2L\frac{di_4}{dt}+\frac{1}{C}\int i_4dt+\frac{1}{c}\int i_2\,dt=\frac{1}{c}\int i_3dt,$$

$$(14)\quad i_4=i_1+i_2,\qquad (15)\quad i_5=i_3+i_4,\qquad (16)\quad i_1=N(\psi).$$

Ținînd seama de (2) și (5), se poate arăta fără dificultate că sistemul de ecuații (11)...(16) este echivalent cu ecuația :

$$(17)\quad \frac{d^2}{dt_1}\left[z\left(1+\frac{c}{C}\right)+\frac{L+c/4C}{L_m}N(z)\right]+N(z)=E\cos 3t_1\,.$$

Dacă soluția ecuației (17) este de forma (7), se obține :

$$(18)\quad g(a,\,b)-\frac{1+c/C}{1-\dfrac{L+c/4C}{L_m}}\,a=0,$$

unde $g(a, b)$ este dat de (10).

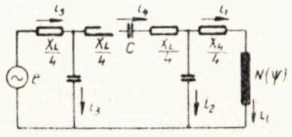


Fig. 2

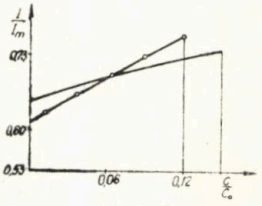


Fig. 3

Curbele experimentale și teoretice sînt trasate în fig. 3 pentru $U/U_m = 0{,}5$ și $C = 3\mu F$. Se observă că locul de amplasare a bateriei de condensatoare în lungul liniei exercită o influență apreciabilă asupra oscilațiilor subarmonice. Cu cît bateria se montează mai aproape de capătul final, cu atît curentul subarmonic este mai mic. O asemenea amplasare satisface și din punct de vedere a limitării curentului de scurtcircuit. În circuitele trifazate, capacitatea dintre faze, aproximativ 1,3 nF/km, are o influență similară celei față de pămînt.

4. Influența sarcinii transformatorului

În literatură se precizează că ferorezonanța subarmonică apare la conectarea în gol sau cu sarcină redusă a transformatorului [4], [5], [7], fără să se studieze influența sarcinii asupra oscilațiilor subarmonice. Pentru a pune în evidență acest aspect, se consideră transformatorul din capătul receptor al liniei, reprezentat prin schema echivalentă în T (fig. 4). Se desebesc următoarele situații limită :

a) *Cazul sarcinii inductive.* Pentru circuitul din fig. 4 se pot scrie ecuațiile :

$$\frac{d\psi}{dt} + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt = \sqrt{2}\,U \sin \omega t, \qquad (19)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = L_k \frac{di_2}{dt}, \qquad (20)$$

$$i = i_1 + i_2, \qquad (21)$$

$$i_1 = N(\psi). \qquad (22)$$

Cu ajutorul relațiilor (2) și (5), din sistemul de mai sus se obține

$$\frac{d^2}{dt_1^2}\left[z\left(1 + \frac{L}{L_k}\right) + \frac{L}{L_m} N(z) \right] + \frac{L_m}{L_k} z + N(z) = E \cos 3t_1, \qquad (23)$$

care împreună cu (7) și (8) conduc la relația :

$$g(a,\ b) - \frac{1 - (L_m - L)/L_k}{1 - L/L_m} a = 0. \qquad (24)$$

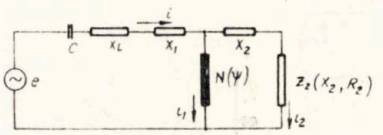


Fig. 4

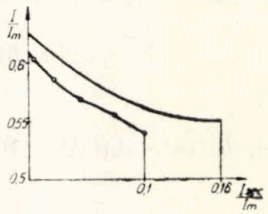


Fig. 5

Aspectul concret al relației (24) depinde de expresia caracteristicii de magnetizare $N(z)$. Pe măsură ce sarcina inductivă crește, subarmonica scade pînă la o anumită valoare, după care dispare (fig. 5). Dacă se admite pentru

ecuația caracteristicii de magnetizare expresia simplă $N(z) = z^3$ și se neglijează inductanța liniei, este posibilă determinarea unei expresii a limitei de dispariție a oscilației. În acest caz :

$$g(a,\ b) = \frac{3}{4}\, a(a^2 + ab + 2b^2) \tag{25}$$

iar (22) devine :

$$a^2 + ab + 2b^2 - \frac{4}{3}\left(1 - \frac{L_m}{L_k}\right) = 0. \tag{26}$$

Oscilația nu mai apare dacă :

$$X_k \leqslant \frac{16}{3} \cdot \frac{X_m}{16/3 - 7b^2} \tag{27}$$

sau, dacă se ține seama că $b = -E/8$ [6] :

$$X_k \leqslant \frac{16}{3} \cdot \frac{x_m}{16/3 - 7\,E^2/64}. \tag{28}$$

b) *Cazul sarcinii active.* Presupunînd transformatorul de o putere suficient de mare și neglijînd reactanța de dispersie a acestuia, din sistemul (19)...(22) se ajunge la ecuația :

$$\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t_1^2} + 2\delta \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} + N(z) = E \cos 3t_1, \tag{29}$$

unde s-a notat $\delta = 1/2RC\Omega$. Ecuațiile (7) și (8) se modifică devenind :

$$z = a \cos (t_1 + \theta) + b \cos 3t_1, \qquad \text{cu } b = -\frac{E}{8}, \tag{7'}$$

$$N(z) = f(a,\ b,\ \theta) \sin t_1 + g(a,\ b,\ \theta) \cos t_1 + \ldots \tag{8'}$$

Cu aceste relații, identificînd coeficienții lui $\sin t_1$ și $\cos t_1$, se obține din (29) :

$$a \sin \theta - 2\delta a \cos \theta + f(a,\ b,\ \theta) = 0, \tag{30}$$

$$-a \cos \theta - 2\delta a \sin \theta + g(a,\ b,\ \theta) = 0, \tag{31}$$

iar prin eliminarea lui θ între (30) și (31) :

$$\frac{f^2(a,\ b,\ \theta) + g^2(a,\ b,\ \theta)}{a^2} = 1 + 4\delta^2. \tag{32}$$

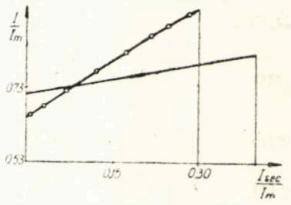


Fig. 6

În fig. 6 se pune în evidență faptul că la creșterea sarcinii active crește și curentul subarmonic. Se poate trage concluzia că conductanța liniei și cea a transformatoarelor exercită, la rîndul lor, aceeași influență ca și sarcina activă. În aceste cazuri, creșterea curentului este impusă de necesitatea

acoperirii pierderilor corona și a pierderilor active din fierul transformatoarelor.

Din examinarea comparativă a fig. 5 și 6 se observă că limitele de dispariție a subarmonicii diferă foarte mult. În cazul sarcinii active limita de dispariție este aproape dublă față de cazul sarcinii inductive. De asemenea, se observă că cele două tipuri de sarcină exercită influențe contrarii asupra oscilației, cea inductivă o micșorează pe cînd cea activă o amplifică. Din punct de vedere al combaterii fenomenului rezultă că sarcina inductivă este mai eficientă. Cînd există ambele tipuri de sarcină, se poate deduce o relație reunită, de forma :

$$g(a, b) - \left(1 - \frac{X_m}{X_k}\right)\sqrt{1 + 4\delta^2}\, a = 0. \tag{33}$$

Condiția $I = \text{const.}$ conduce la o relație între R_k și X_k :

$$\left(1 - \frac{1}{X_{k_1}}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{R_{k_1}^2}\right) = k^2, \tag{34}$$

unde $R_{k_1} = R_k/X_c$, $X_{k_1} = X_k/X_m$ iar k este o constantă ce depinde de I și U.

5. Influența sursei de alimentare

Ipoteza referitoare la faptul că linia compensată este alimentată cu o tensiune sinusoidală este numai parțial plauzibilă. În realitate lucrurile sînt puțin diferite. Un caz frecvent îl constituie alimentarea din sistem sau de la o centrală de putere mare printr-un transformator ridicător. Puterea acestui transformator exercită o influență deosebită asupra ferorezonanței subarmonice. Pentru circuitul din fig. 7, unde transformatorul ridicător a fost reprezentat printr-un cuadripol T, se pot scrie ecuațiile :

$$L_0 \frac{\mathrm{d}i_0}{\mathrm{d}t} + L_1 \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} = \sqrt{2}\, U \sin \omega t, \tag{35}$$

$$L_0 \frac{\mathrm{d}i_0}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\psi_2}{\mathrm{d}t} + L_2 \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}\int i_2\, \mathrm{d}t, \tag{36}$$

$$i_0 = i_1 - i_2, \tag{37}$$

$$i_2 = N(\psi_2). \tag{38}$$

De la aceste ecuații, prin transformări succesive se ajunge la o ecuație de forma :

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t_1^2}\left[z + \frac{L_e}{L_m} N(z)\right] + N(z) = E_1 \cos 3t_1, \qquad E_1 = \frac{\sqrt{2}\, L_0 U \omega}{L l \Omega^2 \psi_m}, \tag{39}$$

unde s-a notat cu :

$$L_e = L_2 + \frac{L_0}{l}, \qquad l = 1 + \frac{L_0}{L_1}, \qquad L_2 = L_1 + L. \tag{40}$$

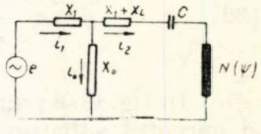


Fig. 7

Din (40) rezultă :

$$\frac{L_e}{L_m} = \frac{L}{L_m} + \frac{L_1}{L_m}\left(\frac{L_1}{L_0} + 2\right), \tag{41}$$

iar cu (7) și (8) :

$$g(a,\ b) - \frac{1}{1 - L/L_m - (L_1/L_m)(L_1/L_0 + 2)}\, a = 0. \tag{42}$$

Pentru un transformator cu puterea S_n (MVA), tensiunea de scurtcircuit U_{sc} (%) și curentul de mers în gol I_0(%) rezultă reactanța de dispersie și susceptanța, raportate la tensiunea U_n (kV):

$$X_1 = L_1\omega = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_{sc}}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n}, \tag{43}$$

$$B = \frac{1}{L_0\omega} \approx \frac{I_0}{100} \cdot \frac{S_n}{U_n^2}. \tag{44}$$

Înmulțind (43) și (44) se obține:

$$\frac{L_1}{L_0} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_{sc}}{100} \cdot \frac{I_0}{100} = \frac{1}{2} U_{sc}^* I_0^* \tag{45}$$

și de aici

$$\frac{L_1}{L_m}\left(\frac{L_1}{L_0} + 2\right) = \frac{1}{2X_m} \cdot \frac{U_{sc}^* U_n^2}{S_n}\left(\frac{1}{2} U_{sc}^* I_0^* + 2\right). \tag{46}$$

În fig. 8 sînt reprezentate rezultatele teoretice și experimentale pentru cazul alimentării printr-un transformator cu $w_1 = 1\,200$ spire, $w_2 = 5\,000$ spire, $U_m = 356$ V, $I_m = 150$ mA, iar în fig. 9 — domeniile de excitație corespunzătoare în comparație cu alimentarea cu tensiune sinusoidală. Introducerea transformatorului de legătură afectează și componenta fundamentală, spre deosebire de cazurile precedente.

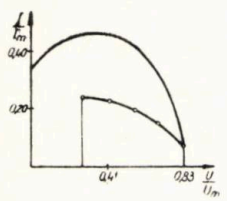


Fig. 8

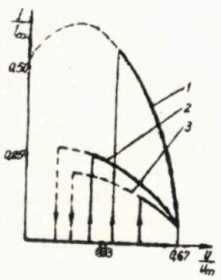


Fig. 9

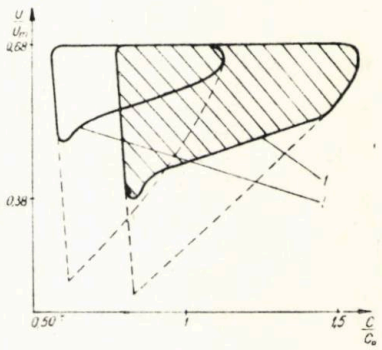


Fig. 10

În fig. 10 se reprezintă comparativ cazul cînd circuitul serie este alimentat direct cu o tensiune sinusoidală (curba *1*), cînd se interpun două transformatoare în paralel (curba *2*) și cînd se interpune un singur transformator (curba *3*). Pe măsură ce crește puterea transformatorului se amplifică și oscilația subarmonică. Cazul $S = \infty$ reprezintă tocmai alimentarea de la tensiune sinusoidală. De asemenea, se observă ușor că în cazul cînd alimentarea se realizează prin n transformatoare legate în paralel, relația (42) capătă forma:

$$(47) \qquad g(a,\ b) = \frac{1}{1 - (L/L_m)\,(L_1/nL_m)\,(L_1/L_0 + 2)}\,a.$$

6. Concluzii

Oscilațiile subarmonice, care se excită în cazul liniilor electrice de transport compensate longitudinal, sînt influențate de mărimea gradului de compensare, a capacității conductoarelor față de pămînt, de mărimea și caracterul sarcinii și de parametrii transformatorului de legătură cu sursa de alimentare.

Primită la 4 septembrie 1974

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de electroenergetică

BIBLIOGRAFIE

1. Азарьев Д. И., Белоусов И. В., *Пропускная способности дальных электропередачиях со статическими компенсаторами.* Электричество, *6*, 4—7 (1970).
2. Belur S.A.K. a. o., *Effectiveness of Series Capacitors in Long Distance Transmission Lines.* IEEE Trans. PAS, *5—6*, 941—951 (1970).
3. * * * *Caracteristicile sistemului de 765 kV al Companiei Americane Electric Power* (prelucrare a opt articole din IEEE Trans. PAS, *1* (1960)). Proiectarea și executarea construcțiilor și instalațiilor energetice, *2*, 648—666 (1970).
4. Дмоховская Л.Ф. и др., *Субгармонические колебания в простейших схемах и в дальных электропередачиях.* Электричество, *11*, 27—32 (1955).
5. Grzybovski S. ș. a., *Condensatoare în electroenergetică* (trad. din l. polonă). Ed. Tehn., Buc., 1966.
6. Hayashi C., *Nonlinear Oscillations in Physical Systems.* Mc-Graw Hill Book Company, N. Y., 1964.
7. * * * *Probleme de compensare longitudinală a liniilor de înaltă și medie tensiune.* IDT, Buc., 1961.
8. Lawrenz R., *Übersicht über Rezonanzerscheinungen in Energieversorgungsnetzen.* Energietechnik, *2*, 73—79 (1970).
9. Jayawant B. V., *Multimodal and Transitional Behaviour in Second Order Nonlinear Systems.* Proc. IEE, **115**, *6*, 863—876 (1968).
10. Мельников Н. А., *Проектирование электрической части воздушных линии электропередачи 300—500 кв.* ГЭИ, М., 1963.
11. Wright A., Morsztyn K., *Subharmonic Oscillations in Power Systems Theory and Practice.* IEEE Trans. PAS, *8*, 1805—1815 (1970).

FERRORÉSONANCE SOUSHARMONIQUE DANS LES LIGNES DE TRANSPORT D'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

(Résumé)

On étudie, par voie théorique et expérimentale, l'influence des paramètres des lignes électriques (grade de compensation, capacité des conducteurs par rapport à la terre, valeur et caractère de la charge, paramètres du transformateur de liaison avec la source) sur le phénomène sousharmonique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3–4 1974
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C.Z. 621.318.3

ASUPRA FUNCȚIONĂRII ELECTROMAGNETULUI DE CURENT ALTERNATIV MONOFAZAT CU SPIRA ÎN SCURTCIRCUIT*)

DE

EUGEN HNATIUC, P. LEONTE și ADRIAN BARABOI

1. Generalități

La electromagneții de curent alternativ monofazați, pentru o variație sinusoidală a tensiunii de alimentare se obține o variație în timp pulsatorie a forței de atracție a armăturii mobile, cuprinsă între o valoare maximă și o valoare minimă (egală cu zero), de frecvență dublă în raport cu frecvența tensiunii de alimentare. Pentru valori ale forței de atracție mai mici decît o anumită valoare limită, armătura mobilă tinde să se desprindă de armătura fixă, astfel încît apar vibrații ale armăturii mobile, de frecvența forței de atracție a acesteia. Una din metodele de atenuare a acestor vibrații se bazează pe folosirea unei spire în scurtcircuit, care ecranează o parte a miezului, în zona întrefierului.

2. Funcționarea spirei în scurtcircuit. Calculul unghiului de defazaj între fluxurile care apar în zona întrefierului datorită spirei ecran

Se va urmări funcționarea electromagnetului monofazat de curent alternativ cu miez în formă de U și armătură mobilă de rotație, prevăzut cu spiră în scurtcircuit, reprezentat în fig. 1; se utilizează în acest scop următoarele notații: A — secțiunea totală a miezului, A_1 — secțiunea miezului în afara spirei ecran, A_2 — secțiunea ecranată a miezului, Φ_0 — fluxul magnetic dat de bobina electromagnetului, Φ_1, Φ_2 — componentele fluxului Φ_0 corespunzătoare secțiunilor A_1 și A_2, Φ_{A1} — fluxul magnetic rezultant în afara spirei ecran în zona întrefierului, Φ_{A2} — fluxul magnetic rezultant în interiorul suprafeței ecranate, în zona întrefierului. Se consideră situația în care armătura mobilă este atrasă, valoarea întrefierului fiind minimă, aproximativ egală cu zero, ipoteză acceptabilă în cazul prelucrării fine a pieselor polare la electromagneții de curent alternativ monofazați.

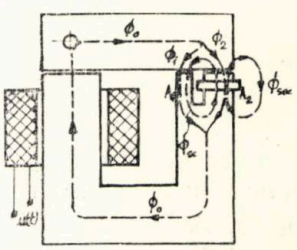


Fig. 1

Pentru o tensiune de alimentare sinusoidală, fazorul corespunzător fluxului Φ_0, dat de

*) Prezentată la sesiunea științifică jubiliară „60 de ani de învățămînt electrotehnic în Iași", 21–23 decembrie 1972.

bobina electromagnetului, se poate scrie, în mărimi complexe, sub forma

$$\underline{\Phi}_0 = \Phi_{0\max}\, e^{j\omega t}, \tag{1}$$

în care ω este pulsația tensiunii de alimentare iar $\Phi_{0\max}$ valoarea maximă a fluxului $\Phi_0(t)$.

Neglijînd fluxul de dispersie al bobinei se poate presupune că, în zona întrefierului, fluxul $\underline{\Phi}_0$ se împarte în două componente $\underline{\Phi}_1$ și $\underline{\Phi}_2$, proporționale cu suprafețele A_1 și A_2, astfel încît se pot scrie relațiile :

$$\underline{\Phi}_1 = \underline{\Phi}_0 \frac{A_1}{A} = \frac{1}{m+1}\underline{\Phi}_0, \tag{2}$$

$$\underline{\Phi}_2 = \underline{\Phi}_0 \frac{A_2}{A} = \frac{m}{m+1}\underline{\Phi}_0, \tag{3}$$

$$m = \frac{A_2}{A_1}\ ,\quad A \cong A_1 + A_2. \tag{4}$$

Fluxul magnetic variabil $\underline{\Phi}_2$ va induce în spira ecran o t. e. m. $\underline{E}_{sc}$, defazată în cuadratură în urma fluxului $\underline{\Phi}_2$:

$$\underline{E}_{sc} = j\omega \frac{m}{m+1}\underline{\Phi}_0 = \omega \frac{m}{m+1}\Phi_{0\max}\, e^{j(\omega t - \pi/2)}, \tag{5}$$

sau altfel scris :

$$\underline{E}_{sc} = E_{sc\max}\, e^{j(\omega t - \pi/2)}, \text{ în care } E_{sc\max} = \omega \frac{m}{m+1}\Phi_{0\max}. \tag{6}$$

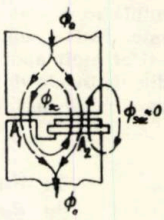


Fig. 2

Curentul care circulă prin spira ecran se va calcula cu relația

$$\underline{I}_{sc} = \frac{\underline{E}_{sc}}{\underline{Z}_{sc}} = \frac{E_{sc\max}}{Z_{sc}}\, e^{j(\omega t - \pi/2 - \varphi_{sc})}, \tag{7}$$

unde $\underline{Z}_{sc} = R_{sc} + j\omega L_{sc}$ — impedanța complexă a spirei ecran, Z_{sc} — modulul impedanței complexe a spirei ecran, R_{sc} — rezistența spirei ecran, L_{sc} — inductivitatea spirei ecran, $\varphi_{sc} = \operatorname{arctg}(\omega L_{sc}/R_{sc})$.

Curentul $\underline{I}_{sc}$ din spira ecran va crea un flux $\underline{\Phi}_{sc}$ care se poate calcula cu relația :

$$\underline{\Phi}_{sc} = L_{sc}\underline{I}_{sc} = \frac{m}{m+1}\cdot\frac{\omega L_{sc}}{Z_{sc}}\Phi_{0\max}\, e^{j(\omega t - \pi/2 - \varphi_{sc})} = \tag{8}$$

$$= \Phi_{0\max}\frac{m}{m+1}\sin\varphi_{sc}\, e^{j(\omega t - \pi/2 - \varphi_{sc})}.$$

Se admite [1],...,[3], neglijînd fluxul de dispersie al spirei în scurt-circuit, Φ_{ssc}, că fluxul Φ_{sc} se închide pe un traseu local ca cel indicat în fig. 2. Se definesc deci în zona întrefierului, pentru $\delta \approx 0$, două fluxuri, Φ_{A1} și Φ_{A2}, corespunzătoare suprafețelor neecranată A_1, respectiv ecranată A_2, care conform diagramei fazoriale din fig. 3 se pot calcula cu relațiile :

$$\underline{\Phi}_{A_1} = \underline{\Phi}_1 + \underline{\Phi}_{sc}\ ,\quad \underline{\Phi}_{A_2} = \underline{\Phi}_2 - \underline{\Phi}_{sc}. \tag{9}$$

Folosind relațiile (2), (3) și (8), relațiile (9) devin :

$$\underline{\Phi}_{A_1} = \frac{1}{m+1}\Phi_{0\max}\left[1 + m \sin \varphi_{sc}\, e^{-j(\pi/2+\varphi_{sc})}\right], \tag{10}$$

$$\underline{\Phi}_{A_2} = \frac{m}{m+1}\Phi_{0\max}\left[1 - \sin \varphi_{sc}\, e^{-j(\pi/2+\varphi_{sc})}\right]. \tag{11}$$

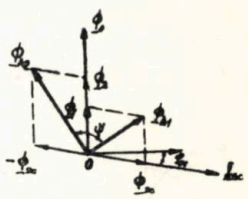


Fig. 3

Valoarea unghiului de defazaj între fluxurile $\underline{\Phi}_{A_1}$ și $\underline{\Phi}_{A_2}$, ψ, se poate calcula cu relația :

$$\cos \psi = \frac{\mathcal{R}e\,(\underline{\Phi}_{A_1}\underline{\Phi}^*_{A_2})}{\Phi_{A_1}\Phi_{A_2}}\,. \tag{12}$$

După efectuarea calculelor (v. Anexa 1) se obține :

$$\cos \psi = \frac{1 - (2m-1)\sin^2 \varphi_{sc}}{\sqrt{(1 - 2m \sin^2 \varphi_{sc} + m^2 \sin^2 \varphi_{sc})(1 + 3 \sin^2 \varphi_{sc})}}\,. \tag{13}$$

Analizînd relația (13) se observă că defazajul ψ dintre fazorii $\underline{\Phi}_{A_1}$ și $\underline{\Phi}_{A_2}$ depinde atît de raportul m dintre suprafața ecranată și suprafața neecranată a miezului magnetic, cît și de parametrii spirei în scurtcircuit, prin intermediul termenului $\sin^2 \varphi_{sc}$.

3. Calculul pulsației forței de atracție a electromagnetului

Fluxurile $\underline{\Phi}_{A_1}$ și $\underline{\Phi}_{A_2}$, defazate între ele cu unghiul ψ, vor da naștere la două forțe de atracție pulsatorii, $\underline{F}_{A_1}$ și $\underline{F}_{A_2}$, defazate între ele cu unghiul 2ψ, astfel încît variația în timp a forței de atracție rezultante va avea loc între o valoare maximă $F_{\max}$ și una minimă $F_{\min}$, diferită de zero, realizînd atenuarea vibrațiilor armăturii mobile, după cum se poate urmări în fig. 4.

În cele ce urmează se utilizează următoarele notații : F_{mA_1} — valoarea medie a forței $\underline{F}_{A_1}$, $F_{A_1\sim}$ — valoarea componentei oscilante a forței $\underline{F}_{A_1}$, F_{mA_2} — valoarea medie a forței $\underline{F}_{A_2}$, $F_{A_2\sim}$ — valoarea componentei oscilante a forței $\underline{F}_{A_2}$, F_m — valoarea medie a forței rezultante $\underline{F}$, $F_\sim$ — valoarea componentei oscilante a forței rezultante $\underline{F}$. Valoarea medie a forței rezultante, F_m, se poate calcula ca sumă a valorilor medii ale forțelor F_{A_1} și F_{A_2} :

$$F_m = F_{mA_1} + F_{mA_2}\,. \tag{14}$$

Calculul valorilor medii F_{mA_1} și F_{mA_2} se poate efectua folosind relațiile :

$$F_{mA_1} = F_{A_1\sim} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\Phi^2_{A_1}}{2\mu_0 A_1} = \frac{\Phi^2_{0\max}}{4\mu_0 A(m+1)}(1 - 2m \sin^2\varphi_{sc} + m^2 \sin^2 \varphi_{sc}), \tag{15}$$

$$F_{mA_2} = F_{A_2\sim} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\Phi^2_{A_2}}{2\mu_0 A_2} = \frac{m\Phi^2_{0\max}}{4\mu_0 A\,(m+1)}(1+3 \sin^2 \varphi_{sc}). \tag{16}$$

Conform relației (14) rezultă :

$$F_m = \frac{\Phi^2_{0\max}}{4\mu_0 A}(1 + m \sin^2\varphi_{sc}). \tag{17}$$

Valoarea amplitudinii componentei oscilante a forței de atracție rezultante, $F_{\sim}$, se calculează ținînd seama de defazajul dintre forțele $\underline{F}_{A_1}$ și $\underline{F}_{A_2}$ pus în evidență de diagrama fazorială din fig. 5 :

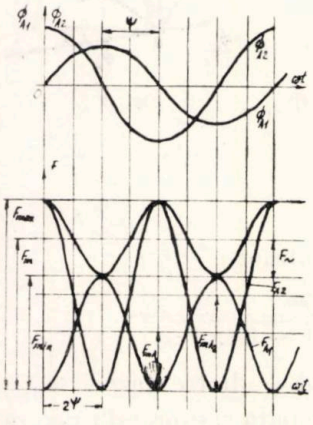


Fig. 4

(18) $$\underline{F}_{\sim} = \underline{F}_{A_1\sim} + \underline{F}_{A_2\sim} .$$

Amplitudinea componentei oscilante a forței rezultante $F_{\sim}$ rezultă a fi :

(19) $$F_{\sim} = \sqrt{F_{A_1\sim}^2 + F_{A_2\sim}^2 + 2F_{A_1}F_{A_2}\cos 2\psi}.$$

Efectuînd calculele (v. Anexa 2) se obține în final

(20) $$F_{\sim} = \frac{\Phi_{0\max}^2}{4\mu_0 A}\sqrt{(m\sin^2\varphi_{sc} - 1)^2 + 4m\sin^4\varphi_{sc}}.$$

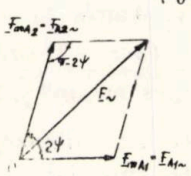


Fig. 5

Valoarea minimă a forței de atracție rezultantă, $F_{\min}$, se poate calcula cu relația :

(21) $$F_{\min} = F_m - F_{\sim} = F_m(1-p),$$

în care :

(22) $$p = \frac{F_{\sim}}{F_m} = \frac{\sqrt{(m\sin^2\varphi_{sc} - 1)^2 + 4m\sin^4\varphi_{sc}}}{1 + m\sin^2\varphi_{sc}}$$

reprezintă pulsația forței de atracție rezultante.

4. Optimizarea parametrilor spirei ecran în raport cu parametrul m

Se observă că valoarea maximă a forței minime, $F_{\min}$, se realizează pentru valori minime ale pulsației p. Valorile extreme ale pulsației p, considerînd ca variabile m și $\sin\varphi_{sc}$ se obțin ca soluții ale sistemului de ecuații :

(23) $$\frac{\partial p}{\partial m} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial \sin\varphi_{sc}} = 0.$$

Efectuînd calculele (v. Anexa 3) se obține :

(24) $$\begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial m} = \dfrac{2\sin^2\varphi_{sc}(1 - \sin^2\varphi_{sc})(m\sin^2\varphi_{sc} - 1)}{(1 + m\sin^2\varphi_{sc})^2\sqrt{(m\sin^2\varphi_{sc} - 1)^2 + 4m\sin^4\varphi_{sc}}} = 0, \\ \dfrac{\partial p}{\partial \sin\varphi_{sc}} = \dfrac{4m\sin\varphi_{sc}(m\sin^2\varphi_{sc} + 2\sin^2\varphi_{sc} - 1)}{(1 + m\sin^2\varphi_{sc})^2\sqrt{(m\sin^2\varphi_{sc} - 1)^2 + 4m\sin^4\varphi_{sc}}} = 0. \end{cases}$$

Prima ecuație a sistemului (24) este satisfăcută pentru valorile :

(25) $$\varphi_{sc} = 0, \quad \varphi_{sc} = \frac{\pi}{2}, \quad m = \frac{1}{\sin^2\varphi_{sc}},$$

iar a doua ecuație pentru valorile :

$$m = 0, \quad \varphi_{sc} = 0, \quad \sin^2 \varphi_{sc} = \frac{1}{m+2}. \tag{26}$$

Analizînd relațiile (25) și (26) se constată că sistemul de ecuații (24) nu admite soluție, deci funcția $p(m, \sin \varphi_{sc})$ nu admite un extrem în raport cu aceste variabile. În cele ce urmează se consideră numai soluțiile posibile din punct de vedere practic, (25_3) și (26_3).

Astfel, pentru diferite valori constante, supraunitare, ale parametrului m (v. relația (25_3)), relația (26_3) permite optimizarea parametrilor spirei ecran. Ținînd seama de relația (26_3) expresia (13) devine:

$$\cos \psi = \frac{3 - m}{\sqrt{(m+5)(m^2 - m + 2)}}. \tag{27}$$

Pentru valoarea $m = 3$ se obține $\psi = \pi/2$, deci o valoare limită a pulsației forței de atracție rezultante; rezultă că pentru raportul m sînt de dorit valori în intervalul (1, 3], condiție respectată de majoritatea realizărilor practice, fără a se urmări însă și corelarea acestor valori cu parametrii spirei ecran.

Considerînd condiția de optim pentru pulsația p în raport cu $\sin \varphi_{sc}$, se calculează pentru diferite valori constante ale lui m, cu ajutorul relațiilor (26_3) și (27), valorile corespunzătoare, optime deci, ale unghiurilor φ_{sc} și ψ, rezultatele fiind incluse în tabelul 1:

Tabelul 1

m	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,2	1,5	1,8	2	2,2	2,5	2,8	3
φ_{sc}	39°18′	38°20′	37°30′	36°42′	35°55′	35°5′	34°	32°23′	30°50′	30°	29°14′	28°5′	26°55′	26°38′
ψ	35°50′	39°20′	43°50′	47°45′	50°55′	55°	60°55′	69°5′	76°15′	79°	82°5′	85°40′	88°30′	90°

Curbele $\psi_{optim} = f_1(m)$ și $\varphi_{sc\,optim} = f_2(m)$, corespunzătoare date or din tabelul 1, sînt reprezentate grafic în fig. 6.

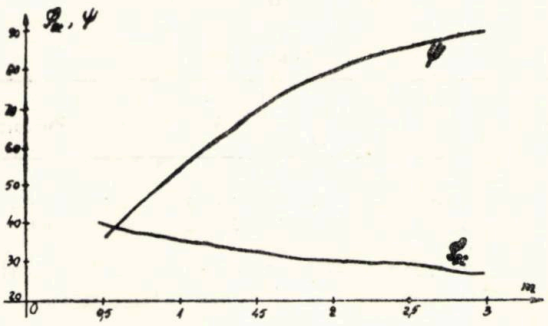


Fig. 6

S-a urmărit apoi variația pulsației optime a forței de atracție, calculată cu relația (22), pentru valori constante și întregi ale parametrului m, ($m = 1$

$m = 2$ și $m = 3$), funcție de variabila $\sin^2 \varphi_{sc}$, $p = f(\sin^2 \varphi_{sc})$, valorile obținute fiind redate în tabelul 2.

Tabelul 2

$\sin^2 \varphi_{sc}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$p_{m=1}$	1	0,84	0,747	0,71	0,714	0,745	0,79	0,842	0,897	0,948	1
$p_{m=2}$	1	0,67	0,59	0,586	0,648	0,705	0,776	0,84	0,9	0,957	1
$p_{m=3}$	1	0,607	0,5	0,552	0,636	0,722	0,795	0,862	0,914	0,959	1

Se trasează apoi, în fig. 7, curbele $p_{optim} = f(\sin^2 \varphi_{sc})$. Aceste curbe evidențiază un minim al pulsației cu atît mai pronunțat cu cît sînt mai mari valorile raportului m. Domeniul valorilor optime ale pulsației p corespunde unor valori φ_{sc} cuprinse între 26°38′ și 35°15′.

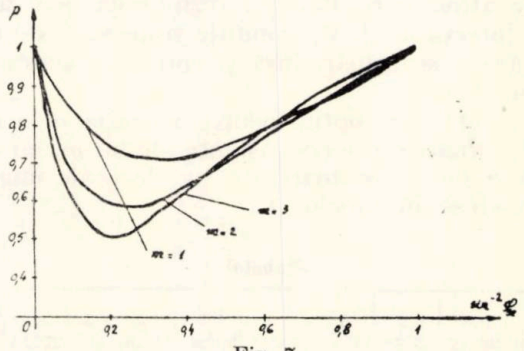


Fig. 7

5. Rezultate experimentale

S-au considerat trei variante constructive de electromagnet monofazat, de tip U, cu armătură mobilă de rotație și s-au calculat parametrii spirei ecran, obținîndu-se valorile din tabelul 3.

Tabelul 3

Tipul aparatului	R_{sc} Ω	L_{sc} H	φ_{sc}	m	$\varphi_{sc\ optim}$	Forma spirei ecran
Releu intermediar tip KR 8S	8.10^{-5}	$1{,}2.10^{-6}$	78°15′	2,5	28°5′	semicerc
Contactor tip SL 3/2	$3{,}06.10^{-4}$	$1{,}5.10^{-6}$	57°32′	2	30°	dreptunghi
Releu de timp tip RE 218	$7{,}7.10^{-4}$	$4{,}76.10^{-6}$	62°35′	3	26°35′	dreptunghi

Urmărind aceste valori se observă că variantele constructive considerate realizează valori ale unghiului φ_{sc} mai mari decît cele optime, în fig. 7 fiind precizat și domeniul $\varphi_{sc\ real}$ corespunzător realizărilor practice existente.

Se poate afirma că în cazul electromagneților monofazați considerați s-a preferat soluția optimă din punct de vedere al raportului m, fiind posibil, prin alegerea corespunzătoare a parametrilor spirei ecran, să se realizeze valori mai mici, minime, ale pulsației forței de atracție, deci valori maxime ale forței minime de atracție, F_{min}.

Astfel, pentru electromagnetul releului KR 8S valoarea reală a pulsației, calculată cu relația (22), este $p_r = 0{,}981$ iar valoarea minimă, care se poate obține prin alegerea judicioasă a parametrilor spirei ecran (astfel încît $\varphi_{sc} = \varphi_{sc\ optim}$) este $p_{min} = 0{,}542$.

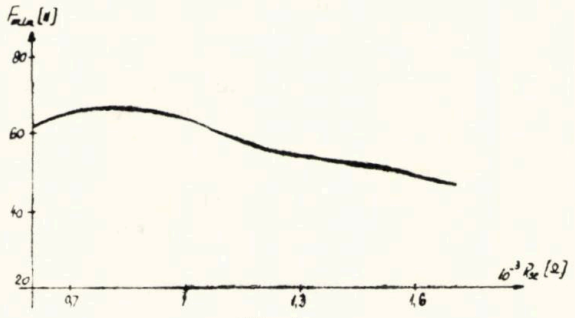


Fig. 8

Se constată că optimizarea parametrilor spirei în scurtcircuit presupune o micșorare a valorilor unghiului φ_{sc}. Datorită variației reduse a inductanței L_{sc}, pentru un același contur al spirei ecran, efectul dorit se poate obține prin mărirea valorii rezistenței R_{sc}, ceea ce se poate realiza fie prin micșorarea secțiunii spirei, fie prin realizarea acesteia din materiale cu rezistivitate electrică mai mare ca a cuprului, material folosit în mod obișnuit la realizarea spirelor ecran. De remarcat că există chiar variante constructive de electromagneți la care spira ecran s-a realizat din alamă.

Concluzia de mai sus s-a verificat experimental, urmărindu-se influența rezistenței spirei ecran asupra valorii minime a forței de atracție a armăturii la electromagnetul de pe contactorul SL 3/2. Rezultatele încercărilor experimentale s-au concentrat în tabelul 4, reprezentarea grafică corespunzătoare fiind dată în fig. 8.

Tabelul 4

F_{min} [N]	60,7	63,6	56,2	48,9	44,1
R_{sc} [mΩ]	0,5965	1,02	1,193	1,61	5,72

Se observă că pentru valori ale rezistenței R_{sc} mai mari decît cea reală se obțin valori ale forței minime superioare valorii realizate prin folosirea spirei ecran reale. Valorile maxime ale forței minime se obțin pentru

valori $R'_{sc} = (1, 2...2)\, R_{sc\ real}$, deși din calcule rezultă valori mai mari. Diferențele se explică prin modificarea valorii inductanței spirei ecran la schimbarea secțiunii acesteia, neglijată inițial.

6. Concluzii

Se studiază o posibilitate de apreciere a valorii unghiului de defazaj între fluxurile $\underline{\Phi}_{A_1}$ și $\underline{\Phi}_{A_2}$ care acționează în zona întrefierului, ținînd seama atît de raportul m între suprafețele ecranată și neecranată ale miezului magnetic, cît și de parametrii spirei ecran. Din condiția ca pulsația forței de atracție rezultante să fie minimă rezultă valori ale parametrului m cuprinse în intervalul (1 ; 3] și valori optime ale unghiului φ_{sc}, corespunzătoare parametrilor optimi ai spirei ecran, pentru diferite valori ale raportului m.

Se constată că realizările practice studiate respectă condiția de optim în privința valorilor raportului m dar nu și condiția de optim în raport cu parametrii spirei în scurtcircuit, prin valorile optime ale unghiului φ_{sc}.

Se propune în cele din urmă corelarea valorilor raportului m cu parametrii spirei ecran, ceea ce ar avea ca efect o creștere a valorii minime a forței de atracție și o scădere a valorii pulsației forței de atracție rezultante. Se verifică experimental aceste concluzii.

Anexa 1

Unghiul de defazaj între fluxurile $\underline{\Phi}_{A_1}$ și $\underline{\Phi}_{A_2}$ se calculează folosind relația (12). Ținînd seama de relațiile (10) și (11) se poate scrie:

$$\Phi_{A_1} = \frac{\Phi_{0max}}{m+1}\sqrt{1 - 2m\sin^2\varphi_{sc} + m^2\sin^2\varphi_{sc}}, \quad \Phi_{A_2} = \frac{m}{m+1}\,\Phi_{0max}\sqrt{1 + 3\sin^2\varphi_{sc}}.$$

Se calculează expresia

$$\mathcal{R}e(\underline{\Phi}_{A_1}\,\underline{\Phi}^*_{A_2}) = \mathcal{R}e\left\{\frac{m}{(m+1)^2}\,\Phi^2_{0max}\,[1 + m\sin\varphi_{sc}\,e^{-j(\pi/2+\varphi_{sc})}]\,[1 - \sin\varphi_{sc}\,e^{j(\pi/2+\varphi_{sc})}]\right\} =$$

$$= \frac{m}{(m+1)^2}\,\Phi^2_{0max}\,\mathcal{R}e\,[1 + m\sin\varphi_{sc}\,e^{-j(\pi/2+\varphi_{sc})} - \sin\varphi_{sc}e^{j(\pi/2+\varphi_{sc})} - m\sin^2\varphi_{sc}] =$$

$$= \frac{m}{(m+1)^2}\,\Phi^2_{0max}\,(1 - 2m\sin^2\varphi_{sc} + \sin^2\varphi_{sc}) = \frac{m}{(m+1)^2}\,\Phi^2_{0max}\,[1 - (2m-1)\sin^2\varphi_{sc}],$$

obținîndu-se în final:

$$\cos\psi = \frac{1 - (2m-1)\sin^2\varphi_{sc}}{\sqrt{(1 - 2m\sin^2\varphi_{sc} + m^2\sin^2\varphi_{sc})(1 + 3\sin^2\varphi_{sc})}}.$$

Anexa 2

Conform diagramei fazoriale din fig. 5 se poate scrie relația:

$$\underline{F}_{\sim} = \underline{F}_{A_1\sim} + \underline{F}_{A_2\sim}.$$

Cunoscînd valoarea unghiului ψ dintre fazorii $\underline{\Phi}_{A_1}$ și $\underline{\Phi}_{A_2}$, deci unghiul 2ψ dintre fazorii forțelor $\underline{F}_{A_1}$ și $\underline{F}_{A_2}$, modulul forței oscilante se poate calcula cu relația (18). Cu ajutorul relației (12) se poate calcula expresia $\cos 2\psi$, ținînd seama de identitatea $\cos 2\psi = 2\cos^2\psi - 1$.

După efectuarea calculelor rezultă:

$$F_{\sim} = \frac{\Phi_{0max}^2}{4\mu_0 A(m+1)} \{(1-2m\sin^2\varphi_{sc}+m^2\sin^2\varphi_{sc})^2 + m^2(1+3\sin^2\varphi_{sc})^2 - 2m(1-2m\sin^2\varphi_{sc}+$$

$$+m^2\sin^2\varphi_{sc})(1+3\sin^2\varphi_{sc}) + 4m[1-(2m-1)\sin^2\varphi_{sc})]^2\}^{1/2} =$$

$$= \frac{\Phi_{0max}^2}{4\mu_0 A(m+1)} \sqrt{(m+1)^2[1-2m\sin^2\varphi_{sc}+m(m+4)\sin^2\varphi_{sc}]} =$$

$$= \frac{\Phi_{0max}^2}{4\mu_0 A} \sqrt{(m\sin^2\varphi_{sc}-1)^2+4m\sin^4\varphi_{sc}}\,.$$

Anexa 3

Pulsația forței de atracție rezultante se poate calcula cu relația (22). Introducînd notația $\sin\varphi_{sc} = x$, relația (22) devine:

$$p = \frac{\sqrt{(mx^2-1)^2+4mx^4}}{1+mx^2}\,.$$

Valorile optime ale variabilelor m și x, care reprezintă condiția ca sistemul de ecuații (24) să admită soluție, deci ca pulsația p să admită un extrem, se obțin ca soluții ale ecuațiilor:

$$\frac{\partial p}{\partial m} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{2x^2(mx^2-1)+4x^4}{\sqrt{(mx^2-1)^2+4mx^4}}(1+mx)^2 - x^2\sqrt{(mx^2-1)^2+4mx^4}}{(1+mx^2)^2} =$$

$$= \frac{2x^2(1-x^2)(mx^2-1)}{(1+mx^2)^2\sqrt{(mx^2-1)^2+4mx^4}} = 0,$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{4mx(mx^2-1)+16mx^3}{\sqrt{(mx^2-1)^2+4mx^4}}(1+mx^2) - 2mx\sqrt{(mx^2-1)^2+4mx^4}}{(1+mx^2)^2} =$$

$$= \frac{4mx(mx^2+2x^2-1)}{(1+mx^2)^2\sqrt{(mx^2-1)^2+4mx^4}} = 0.$$

Primită la 18 iunie 1974

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de electroenergetică

BIBLIOGRAFIE

1. Буль В., Буткевич Г. В. и др., *Основы теории электрических аппаратов.* Изд. Высшая Школа, М., 1970.
2. Сливинская А. Г., *Электромагниты и постоянные магниты.* Изд. Энергия, М., 1972.
3. Таев И. С., *Электрические аппараты управления.* Изд. Высшая Школа, М., 1969.
4. Hortopan Gh., Titz Gh., *Calculul spirei în scurtcircuit la electromagneții de curent alternativ monofazați.* Electrotehnica, *1* (1966).
5. Steinberg C., Panaite V., *Pulsația forței de atracție la electromagneții de curent alternativ monofazați.* Electrotehnica, *12* (1959).
6. Chevalier M., *Appareillage électrique des automatismes industriels.* Ed. Eyrolles, Paris, 1965.

SUR LE FONCTIONNEMENT DE L'ÉLECTROAIMANT DE COURANT ALTERNATIF À SPIRE EN COURT CIRCUIT

(Résumé)

On expose une méthode de calcul de l'angle de déphasage entre les deux flux résultants dans l'entrefer d'un électroaimant alimenté en courant alternatif, en utilisant une spire en court circuit pour atténuer les vibrations de l'armature.

On propose une solution pour améliorer les paramètres de la bague de déphasage en tenant compte des valeurs choisies pour le rapport m, entre la partie de la surface portante embrassée par la spire en court circuit et le reste de cette surface.

Les conclusions théoriques concordent avec les réalisations pratiques existentes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3–4, 1974
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

C.Z. 537.523.3

INFLUENȚA ECRANELOR DIELECTRICE POROASE ASUPRA DESCĂRCĂRII CORONA ÎN SISTEMUL DE ELECTROZI CONDUCTOR — PLACĂ *)

DE

N. GAVRILAȘ, RODICA OLÁH, MIRCEA GUȘĂ și MIRCEA DUDICI-RUSCIOR

1. Introducere

În practica purificării gazelor industriale cu ajutorul electrofiltrelor este bine cunoscut așa-numitul fenomen de „stingere a descărcării corona", constînd în scăderea puternică a curentului corona în prezența unei concentrații ridicate a particulelor suspendate în gazul supus purificării, ceea ce are drept consecință reducerea eficienței electrofiltrului. Deși cercetătorii sînt în unanimitate de acord că acest fenomen este cauzat de sarcina spațială, cu mobilitate redusă, a ionilor negativi aflați pe particulele suspendate în gaz, totuși în ceea ce privește explicarea intimă a fenomenului părerile sînt împărțite.

După unii autori [1], [2] reducerea curentului corona este datorată mobilității foarte mici a particulelor în suspensie în gaz. Pe măsură ce concentrația acestora crește, ele reține o tot mai mare parte din ionii negativi produși de descărcarea corona, iar curentul corona, datorat în principal deplasării ionilor negativi ce nu se atașează particulelor, scade. Dacă toți ionii negativi sînt absorbiți de particulele în suspensie, curentul corona devine practic nul.

Alți autori [3], [4] consideră că reducerea curentului corona este datorată modificării repartiției cîmpului electric între electrozi în prezența fazei disperse. Este cunoscut faptul [5], [6] că sarcina spațială de ioni negativi produce o micșorare a intensității cîmpului la suprafața electrodului coronat și o intensificare a acestuia pe celălalt electrod. În prezența fazei disperse, din cauza mobilității reduse a acesteia, densitatea sarcinii spațiale crește și ca urmare crește influența ei asupra repartiției cîmpului. Micșorarea intensității cîmpului electric la suprafața electrodului coronat are drept efect slăbirea emisiei corona, deci reducerea curentului corona. Dacă intensitatea cîmpului pe electrod devine inferioară intensității inițiale corona descărcarea dispare.

Această din urmă explicație teoretică ni se pare mai plauzibilă. În cele ce urmează se prezintă o încercare de verificare a ei pe cale experimentală.

2. Metoda de încercare experimentală și instalația folosită

Cercetarea influenței exercitată de sarcina spațială a particulelor suspendate în gaz asupra repartiției cîmpului electric între electrozi este posibil a fi realizată numai pe o instalație pilot. În condiții de laborator s-a

*) Prezentată la sesiunea științifică jubiliară „60 ani de învățămînt electrotehnic în Iași", din 21—23 decembrie 1972.

recurs la modelarea acesteia cu ajutorul unor ecrane poroase introduse între electrozi avînd scopul de a reține ionii, care depunîndu-se pe suprafața lor creează o sarcină spațială staționară. Problema în discuție se reduce deci la a urmări influența ecranelor dielectrice poroase asupra caracteristicii tensiune—curent a descărcării corona.

Dispozitivul de încercare constă dintr-un sistem de electrozi conductor—placă, electrodul conductor fiind de secțiune circulară cu diametrul de 0,2 mm, iar electrodul placă, executat după profilul Rogowski, avînd dimensiunile 1 400 × 900 mm. Distanța între electrozi s-a ales de 50 mm. Ecranele poroase s-au realizat din pînză de bumbac fixată pe rame de lemn. Încercările s-au efectuat pentru polaritatea negativă a electrodului conductor. S-a folosit o sursă de tensiune alternativă redresată prevăzută cu condensatoare de filtrare (pulsațiile tensiunii au fost de cel mult 1,5%). Tensiunea s-a măsurat cu ajutorul unui divizor rezistiv avînd conectat în brațul de joasă tensiune un voltmetru electronic. Curentul corona s-a măsurat cu ajutorul unui microampermetru.

3. Rezultatele experimentale și interpretarea lor

S-au ridicat caracteristicile tensiune—curent corona pentru sistemul de electrozi descris, fără ecran (fig. 1), cu un ecran (fig. 2), cu două ecrane (fig. 3) și cu trei ecrane (fig. 4 și 5), pentru diferite poziții ale ecranelor între electrozi. Caracteristicile din fig. 6...9 scot în evidență influența poziției celui de al doilea ecran, poziția primului rămînînd fixă.

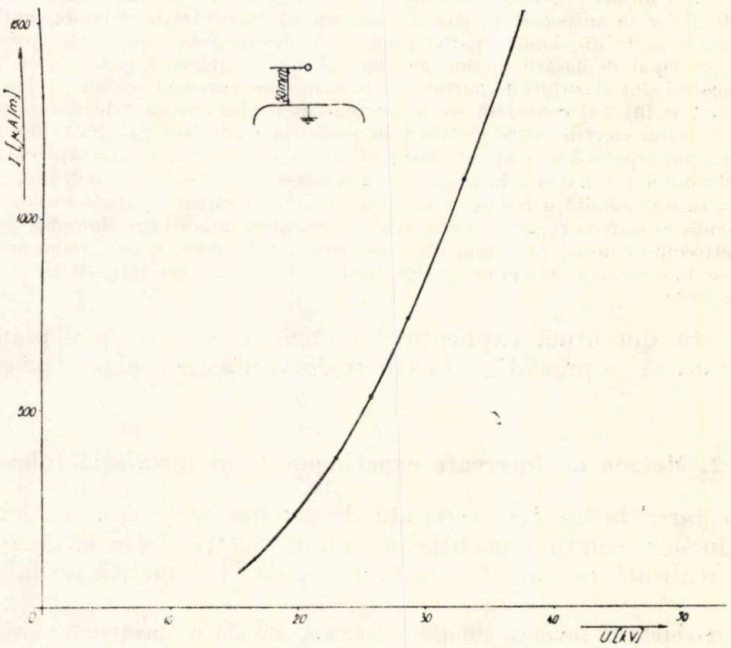


Fig. 1

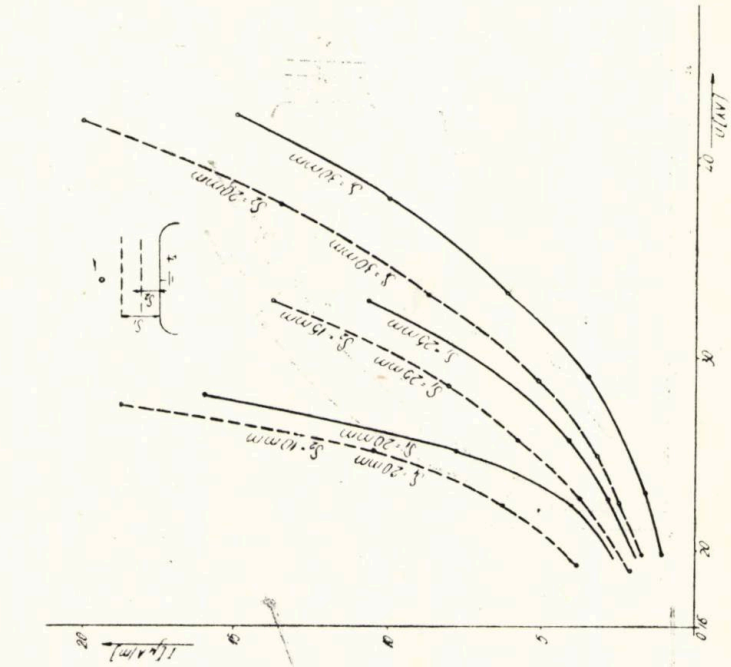


Fig. 3

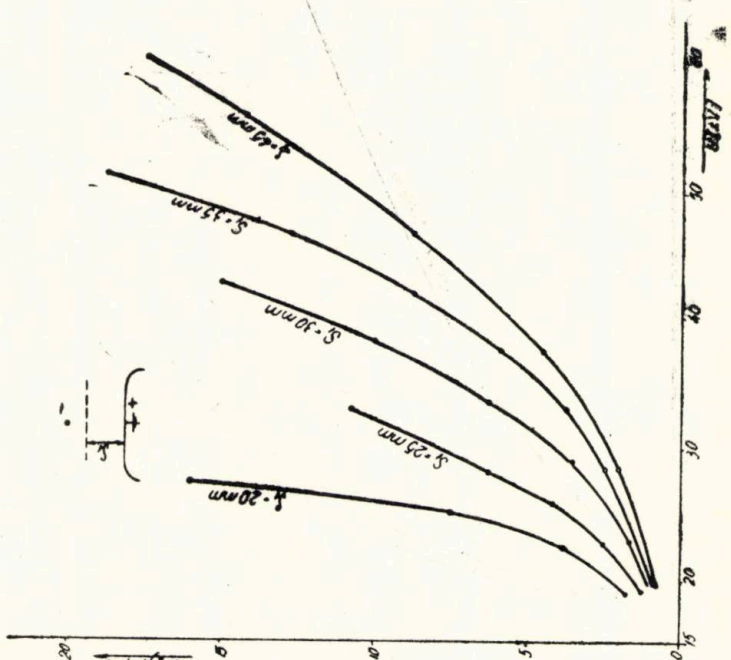


Fig. 2

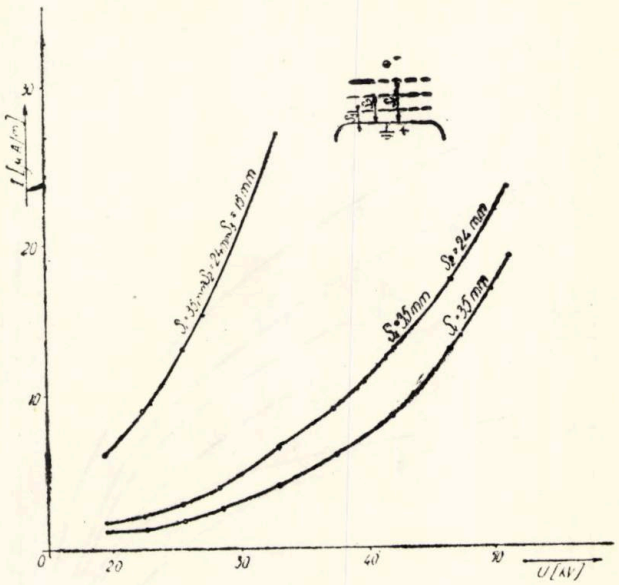

I [μA/m]
U [kV]
0
10
20
30
40
50
S1=35mm S2=24mm S3=15mm
S2=35mm
S2=24mm
S3=35mm

Fig. 4

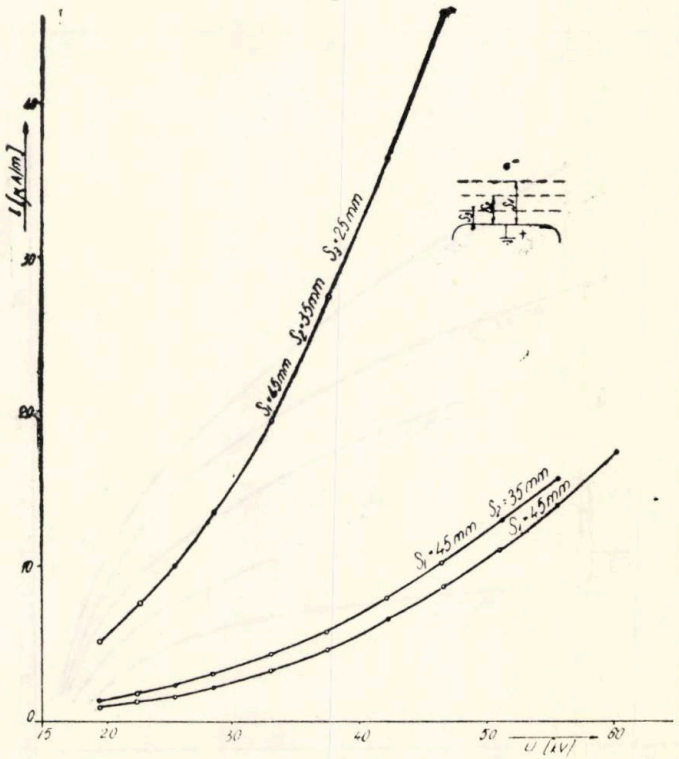
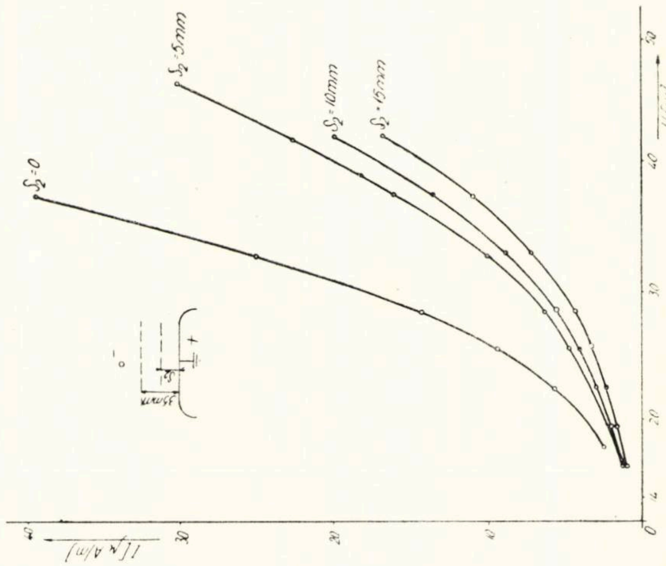
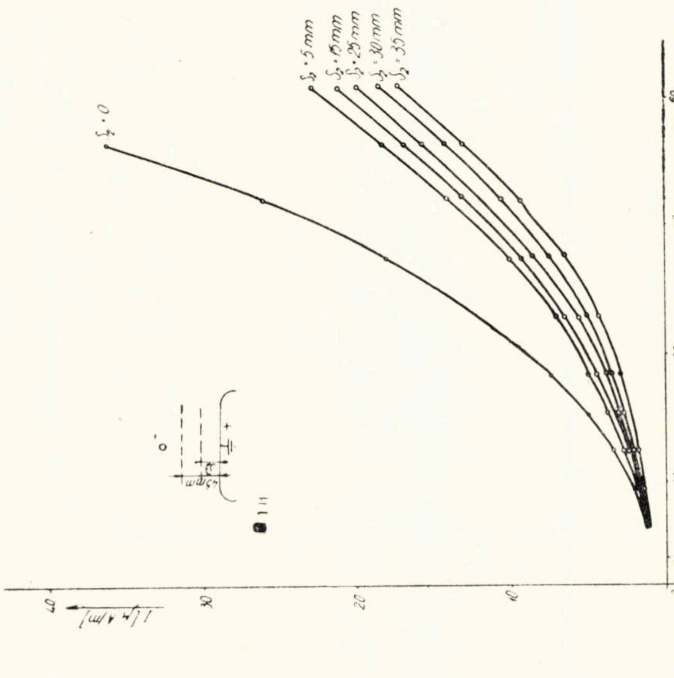

I [μA/m]
U [kV]
0
10
20
30
40
15
20
30
40
50
60
S1=45mm S2=35mm S3=25mm
S1=45mm S2=35mm
S1=45mm

Fig. 5



$\delta_2 = 0$
$\delta_2 = 5mm$
$\delta_2 = 10mm$
$\delta_2 = 15mm$
U [kV]
I [μA/m]

Fig. 7



$\delta_2 = 0$
$\delta_2 = 5mm$
$\delta_2 = 15mm$
$\delta_2 = 25mm$
$\delta_2 = 30mm$
$\delta_2 = 35mm$
U [kV]
I [μA/m]

Fig. 6

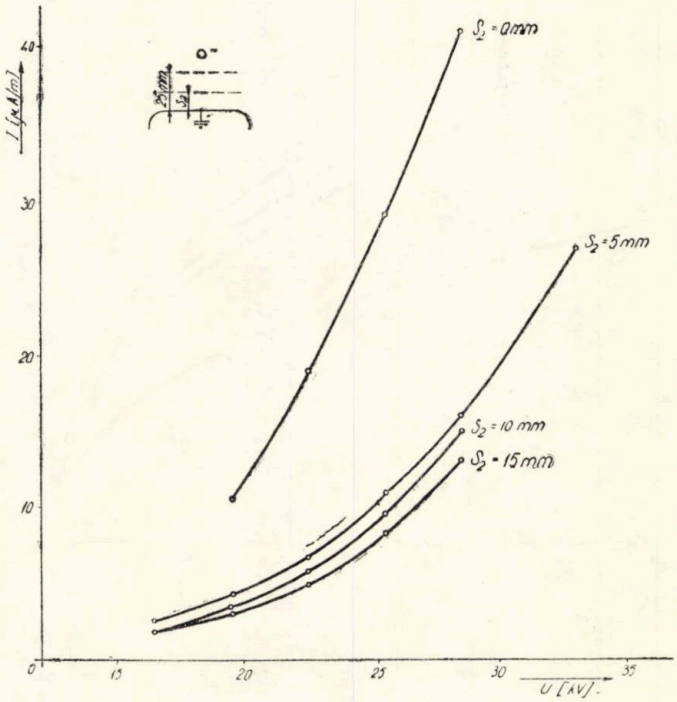

I [μA/m]
40
30
20
10
0
15
20
25
30
35
U [kV]
S₂ = 0 mm
S₂ = 5 mm
S₂ = 10 mm
S₂ = 15 mm
25 mm
S₂

Fig. 8

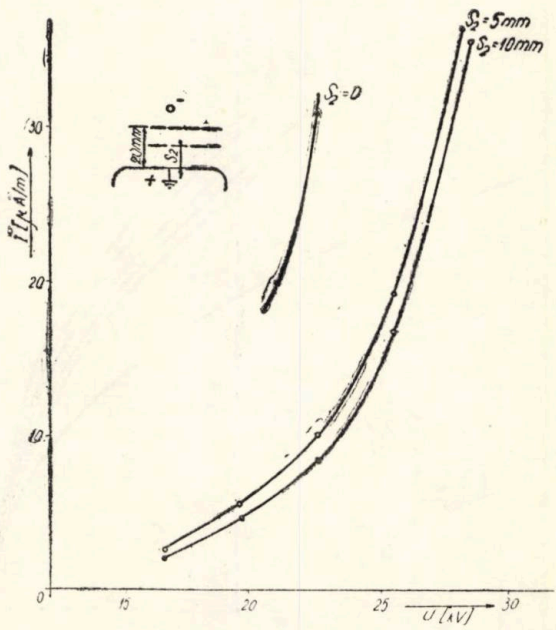

I [μA/m]
30
20
10
0
15
20
25
30
U [kV]
S₂ = 5 mm
S₂ = 10 mm
S₂ = 0
20 mm
S₂

Fig. 9

Din examinarea comparativă a acestor caracteristici se pot face următoarele observații :

1° Prezența unui ecran poros între electrozi determină creșterea tensiunii de amorsare a descărcării corona și o reducere esențială a curentului corona (de circa 250 ori). Influența ecranului este cu atît mai accentuată cu cît acesta este mai apropiat de electrodul coronat (fig. 2).

Explicația acestui fenomen este legată de faptul că ecranul devine suportul unei bogate sarcini spațiale care prin cîmpul său propriu modifică distribuția cîmpului între electrozi. Electronii produși de procesele de ionizare în învelișul corona se alipesc moleculelor de gaz atunci cînd părăsesc zona de cîmp intens din apropierea conductorului coronat și formează ioni negativi. Ajungînd la ecran, o parte din ionii negativi se depun pe suprafața acestuia formînd o sarcină spațială negativă. Cîmpul propriu al acesteia fiind de sens contrar cîmpului exterior are drept efect o micșorare a intensității cîmpului, mai ales în vecinătatea ecranului dinspre conductor. În aceste condiții, ionii care sosesc ulterior în această zonă se deplasează cu viteze din ce în ce mai mici, putînd fi reținuți mai ușor de ecran. Atunci cînd sarcina spațială este suficient de bogată efectul de reducere a intensității cîmpului se resimte în întreg intervalul conductor—ecran, inclusiv pe suprafața conductorului, rezultînd, prin urmare, o micșorare a intensității curentului corona. Evident, sarcina spațială de pe ecran nu poate depăși o anumită limită, la fel ca și în cazul încărcării particulelor în suspensie (vezi de ex. [5]), astfel încît nu se poate atinge dispariția completă a descărcării corona.

Efectul descris al sarcinii spațiale de pe ecran este cu atît mai pronunțat cu cît acesta, respectiv ecranul, se află mai aproape de electrodul conductor.

2° În prezența mai multor ecrane (fig. 3 ... 5) se constată o ușoară creștere a curentului corona, care se explică prin creșterea capacității între electrozi. În afară de aceasta, pentru o anumită poziție a ecranelor între electrozi devine importantă nu numai reducerea intensității cîmpului pe conductor, ci și creșterea acesteia la suprafața electrodului placă. Este posibil ca în aceste condiții să apară procese de ionizare pe micile neregularități de pe suprafața plăcii, adică fenomenul corona inversă (vezi de ex. [1]). Ionii pozitivi produși de aceste procese contribuie pe de o parte la creșterea curentului corona, pe de altă parte neutralizează parțial sarcina negativă de pe suprafața ecranelor, efectul acestora slăbind. Se obține pe ansamblu o creștere relativ importantă a curentului corona (fig. 4 și 5), fără ca totuși intensitatea acestuia să fie comparabilă cu cea care se obține în lipsa ecranelor (fig. 1).

3° Efectul presupus al descărcării corona inverse este mai vizibil din examinarea fig. 6...9 în care se evidențiază influența poziției celui de al doilea ecran. Se observă că la apropierea acestuia de placă se obține o creștere a curentului corona, ceea ce confirmă ipoteza formulată mai sus. Atunci cînd ecranul este așezat direct pe placă (curbele notate cu $s_2 = 0$ — fig. 6...9) creșterea curentului corona este mai importantă. În acest caz existența

descărcării corona inverse este confirmată și de apariția unor procese de ionizare la contactul ecran—placă, sesizate pe cale vizuală. Această din urmă constatare este confirmată de rezultatele obținute în [7].

4. Concluzii

În concluzie rezultă că sarcina spațială negativă, avînd ca suport ecranele poroase, exercită o influență însemnată asupra descărcării corona, provocînd o reducere importantă a curentului corona. Se poate considera că un același efect este produs și de sarcina spațială avînd ca suport particulele în suspensie din gazul supus purificării în electrofiltru. Prezența mai multor ecrane care modelează mai fidel faza dispersă din electrofiltru, conduce la o anumită creștere a curentului corona, cu totul neglijabilă în raport cu scăderea curentului în prezența ecranelor.

Aceste constatări vin în sprijinul confirmării celei de a doua ipoteze (prezentată în § 1) privind explicarea fenomenului de stingere a descărcării corona, fără să infirme însă valabilitatea primei ipoteze.

Primită la 5 februarie 1974

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de electroenergetică

BIBLIOGRAFIE

1. Pauthenier M., *Quelques difficultés de la purification électrique des gas. Progrés récents dans la connaissance théorique de la contre-emission.* Bull. de la Soc. franc. des Électr., (8), **I**, *12* (1960).
2. Pauthenier M., Moreau H., *Étouffement de la décharge couronne par des particules en suspension dans un champ électrique.* C. R. Acad. Sci., Paris, **199**, 1193 (1934).
3. White H. J., *Industrial Electrostatic Precipitation.* Addison-Sesley Publ. Co., Massachusetts, 1963.
4. Мирзабекян Г. З., Григорьев И. Н., *Влияние заряженной дисперсной фазы на характеристики коронного разряда.* Электричество. *8* (1972).
5. Răduleț R., Avramescu A., *Zona de transport în problemele dimensionării filtrelor electrice.* St. și cerc. de energ., **12**, *1* (1962).
6. Капцов А., *Коронный разряд и его применение в электрофильтрах.* ГИТТЛ, М., 1947.
7. Pauthenier M., Tran an Nhan, Dupuy J., *Étude du champ électrique bi-ionisé dans le cas d'un fil coronisant et d'un cylindre coaxial donnant lieu à la contre-emission.* C. R. Acad. Sci., Paris, **246**, 1394 (1958).

INFLUENCE DES BARRIÈRES DIÉLECTRIQUES POREUSES SUR LA DÉCHARGE COURONNE ENTRE DES ÉLECTRODES EN FORME DE FIL ET PLAN

(Résumé)

Dans le but de vérifier la théorie presentée dans [1] et [2] concernant „l'étouffement de la décharge couronne" dans des électrofiltres, on étudie par voie expérimentale l'influence des barrières diélectriques poreuses, qui servent à modéler les poussières solides dispersnés dans le gas, sur les caractéristiques de la décharge couronne entre le fil positif et le plan-négatif (relié à terre).

On relève des caractéristiques tension — courant de la décharge en absence des barrières (fig. 1), avec une barrière (fig. 2), deux (fig. 3) et trois barrières (fig. 4 et 5). La comparasion des curbes obtenues montre que la charge électrique négative, accumulée sur la barrière entraîne une forte réduction du courant. En multipliant le nombre des barrières le courant présente un faible augmentation. Celle-ci est due a l'augmentation de la capacité entre fil et plan et également à la contre-émission positive lorsq'une des barrières est placée tout près du plan ou bien sur le plan (fig. 6,...,9).

Nr. coli tipar 6,75

Tiparul executat la Întreprinderea poligrafică Iași str. Vasile Alecsandri nr. 6
sub comanda nr. 324
Republica Socialistă România

1075 ((K3 1

05224